

നിരുത്തി കൊടുവാൻ അനുമതി ലഭിച്ച പ്രസിദ്ധീകരിക്കപ്പെട്ടതു | All Rights Reserved

අධ්‍යාපන පොදු සභාවිත පත්‍ර (සේවී පෙළ) විභාගය - 2021(2022)

கல்விப் பொதுக் குரைப் பகுதி (உயர் தா)ப் பரிசீச. 2021(2022)

General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, 2021(2022)

සංයුත්ත ගතිතය

I

இணைந்த கணிகம்

I

10

S

I

১০১

* පැහැදිලිව පමණක් පිළිතරු සපයන්න

11.(a) $k > 1$ යැයි ගනිමු. $x^2 - 2(k+1)x + (k-3)^2 = 0$ සමීකරණයට කාන්ත්වික ප්‍රසින්න මූල ඇති බව පෙන්වන්න.
මෙම මූල α හා β යැයි ගනිමු. k අසුරෙන් $\alpha + \beta$ හා $\alpha\beta$ ලියා දක්වා, α හා β දෙකම ධාතු වන පරිදි වූ k හි
ඇගයන් සෞයන්න.

දැන, $1 < k < 3$ යුති ගනිමු. k ඇසුරෙන්, $\frac{1}{\sqrt{\alpha}}$ හා $\frac{1}{\sqrt{\beta}}$ මූල වන වර්ගජ සමිකරණය නොයන්න.

(b) $f(x) = 2x^3 + ax^2 + bx + 1$ හා $g(x) = x^3 + cx^2 + ax + 1$ යැයි ගනිමු; මෙහි $a, b, c \in \mathbb{R}$ වේ. $(x - 1)$ මගින් $f(x)$ බෙදු විට යේෂය 5 බව හා $x^2 + x - 2$ මගින් $g(x)$ බෙදු විට යේෂය $x + 1$ බව දී ඇත. a, b හා c හි අයන් සොයන්න.

12.(a) පහන දී ඇති සංඛ්‍යාක 10 න් ගනු ලබන සංඛ්‍යාක 4 කින් සමන්විත, සංඛ්‍යාක 4 ක සංඛ්‍යාකක් සඳහාමට අවශ්‍ය වන ඇත:

1, 1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 5, 5

(i) තේරා ගනු ලබන සංඛ්‍යාක 4 ම වෙනස් නම්,

(ii) මිනුම සංඛ්‍යාක 4 ක් තෝරාගත හැකි නම්.

සැදිය හැකි එවැනි වෙනස් සංඛ්‍යාක 4 ක සංඛ්‍යා ගණන සෞයන්න.

$$(b) \quad r \in \mathbb{Z}^+ \text{ ଅଛା } U_r = \frac{-16r^3 + 12r^2 + 40r + 9}{5(2r+1)^2(2r-1)^2} \text{ ଯେହି ଗଠିତ.}$$

$r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $U_r = \frac{A(r-1)}{(2r+1)^2} - \frac{(r-B)}{(2r-1)^2}$ වන පරිදි A හා B තාත්ත්වික නියතයන් හි අගයන් සොයන්න.

ఈ కణిక, $r \in \mathbb{Z}^+$ అనుమతి కలిగినప్పుడు $\frac{1}{5^{r-1}} U_r = f(r) - f(r-1)$ లని పరిషీలించాలి.

$n \in \mathbb{Z}^+$ என்றால் $\sum_{r=1}^n \frac{1}{5^{r-1}} U_r = 1 + \frac{n-1}{5^n(2n+1)^2}$ என பேசுவதன்.

$\sum_{r=1}^{\infty} \frac{1}{5^{r-1}} U_r$, අපරිමිත හෝනිය අභිසාරී බව අපෝහනය කර එහි ලේකාවය සොයන්න.

13.(a) $A = \begin{pmatrix} a & 0 & 3 \\ 0 & a & 1 \end{pmatrix}$ හා $B = \begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ යැයි ගනිමු; මෙහි $a \in \mathbb{R}$ වේ.

$C = AB^T$ යැයි ද ගනිමු. a ඇපුරෙන් C සොයා, සියලු $a \neq 0$ සඳහා C^{-1} පවතින බව පෙන්වන්න.

a ඇපුරෙන් C^{-1} , එය පවතින විට, ලියා දක්වන්න.

$$C^{-1} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \frac{1}{8} \begin{pmatrix} 9 \\ -11 \end{pmatrix} \text{ නම්, } a = 2 \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

a සඳහා මෙම අගය සහිතව, $DC - C^T C = 8I$ වන පරිදි D න්‍යාසය සොයන්න; මෙහි I යනු ගණය 2 වන ඒකක න්‍යාසය වේ.

(b) $z_1 = 1 + \sqrt{3}i$ හා $z_2 = 1 + i$ යැයි ගනිමු. $\frac{z_1}{z_2}$ යන්න $x + iy$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න; මෙහි $x, y \in \mathbb{R}$.

තවද, z_1 හා z_2 සංකීර්ණ සංඛ්‍යා $r > 0$ හා $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ වන $r(\cos \theta + i \sin \theta)$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කර,

ඊ තයින්, $\frac{z_1}{z_2} = \sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{12} + i \sin \frac{\pi}{12} \right)$ බව පෙන්වන්න.

$$\cos \left(\frac{\pi}{12} \right) = \frac{1 + \sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$$

බව අපෝහනය කරන්න.

(c) $n \in \mathbb{Z}^+ \text{ අ‍ය } k \in \mathbb{Z}$ සඳහා $\theta \neq 2k\pi \pm \frac{\pi}{2}$ යැයි ද ගනිමු.

ද මූවාවර ප්‍රමේයය භාවිතයෙන්, $(1 + i \tan \theta)^n = \sec^n \theta (\cos n\theta + i \sin n\theta)$ බව පෙන්වන්න.

ඊ තයින්, $(1 - i \tan \theta)^n$ සඳහා එවැනි ප්‍රකාශනයක් ලබා ගෙන

$$(1 + i \tan \theta)^n + (1 - i \tan \theta)^n = 2 \sec^n \theta \cos n\theta$$

බව පෙන්වන්න.

$$z = i \tan \left(\frac{\pi}{10} \right)$$

යන්න $(1+z)^{25} + (1-z)^{25} = 0$ හි විසඳුමක් බව අපෝහනය කරන්න.

14.(a) $x \neq 0, 2$ සඳහා $f(x) = \frac{4x+1}{x(x-2)}$ යැයි ගනිමු.

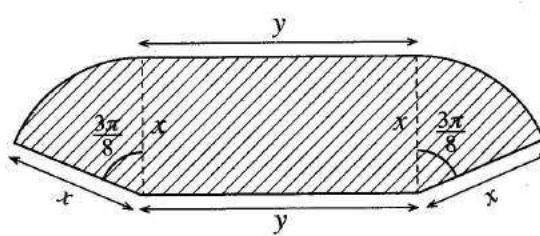
$x \neq 0, 2$ සඳහා $f(x)$ හි ව්‍යුත්පන්නය, $f'(x)$ යන්න $f'(x) = -\frac{2(2x-1)(x+1)}{x^2(x-2)^2}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

ඊ තයින්, $f(x)$ වැඩි වන ප්‍රාන්තර හා $f(x)$ අඩු වන ප්‍රාන්තර සොයන්න.

ස්ථානීය ප්‍රාන්ත ප්‍රාන්තය හා තැරුම් ලක්ෂණ දක්වමින් $y = f(x)$ හි ප්‍රස්ථාරයේ දළ සටහනක් අදින්න.

මෙම ප්‍රස්ථාරය භාවිතයෙන්, $f(x) + |f(x)| > 0$ අසමානතාව තාප්ත කරන x හි සියලුම තාක්ෂණික අයයන් සොයන්න.

(b) යාබද රුපයෙහි අදුරු කළ S පෙදෙසින් සාපුක්කෝනාප්‍රයෙහින් හා කේන්දුයෙහි $\frac{3\pi}{8}$ ක කේන්දුයක් ආපාතනය කරන වෘත්තයක කේන්දුක බණ්ඩ දෙකකින් සමන්විත ගෙවත්තක් දැක්වේ. එහි මාන, මිටරවලින්, රුපයෙහි දක්වා ඇත. S හි වර්ගාලය 36 m^2 බව දී ඇත. S හි පරිමිතිය $p \text{ m}$ යන්න $x > 0$ සඳහා $p = 2x + \frac{72}{x}$ මගින් දෙනු ලබන බව ද, $x = 6$ විට p අවම වන බව ද පෙන්වන්න.



15.(a) සියලු $x \in \mathbb{R}$ සඳහා $x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 3x + 1 = A(x^2 + 1)^2 + Bx(x^2 + 1) + Cx^2$ වන පරිදි A, B හා C නියතයන් හි අගයන් සොයාන්න.

ඒ තකින, $\frac{x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 3x + 1}{x(x^2 + 1)^2}$ යන්න සින්න හාගවලින් ලියා දක්වා,

$$\int \frac{x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 3x + 1}{x(x^2 + 1)^2} dx \text{ සොයාන්න.}$$

$$(b) I = \int_0^{\frac{1}{4}} \sin^{-1}(\sqrt{x}) dx \text{ යැයි ගනිමු. I = \frac{\pi}{24} - \frac{1}{2} \int_0^{\frac{1}{4}} \sqrt{\frac{x}{1-x}} dx \text{ බව පෙන්වා ඒ තකින, } I \text{ අගයන්න.}$$

$$(c) \frac{d}{dx} \left(x \ln(x^2 + 1) + 2 \tan^{-1} x - 2x \right) = \ln(x^2 + 1) \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

$$\text{ඒ තකින, } \int \ln(x^2 + 1) dx \text{ සොයා, } \int_0^1 \ln(x^2 + 1) dx = \frac{1}{2} (\ln 4 + \pi - 4) \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

$$a \text{ නියතයක් වන } \int_0^a f(x) dx = \int_0^a f(a-x) dx \text{ ප්‍රතිඵ්‍ය හාවිතයෙන්}$$

$$\int_0^1 \ln[(x^2 + 1)(x^2 - 2x + 2)] dx \text{ නි අගය සොයාන්න.}$$

16. $P \equiv (x_1, y_1)$ න් l යනු $ax + by + c = 0$ මගින් දෙනු ලබන සරල රේඛාව ද යැයි ගනිමු. P ලක්ෂණය හරහා යන නා l න් ලමිඛ තු රේඛාව මත ඕනෑම ලක්ෂණයක බණ්ඩාංක $(x_1 + at, y_1 + bt)$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න; මෙහි $t \in \mathbb{R}$ වේ.

$$P \text{ හි } l \text{ න් ලමිඛ දුර } \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \text{ බව අපෝගිතය කරන්න.}$$

l යනු $x + y - 2 = 0$ සරල රේඛාව යැයි ගනිමු. $A \equiv (0, 6)$ හා $B \equiv (3, -3)$ ලක්ෂණ l හි දෙපස පිහිටන බව පෙන්වන්න.

l නා AB රේඛාව අතර පූඩ් කෙශණය සොයාන්න.

l ස්පර්ශ කරන, පිළිවෙළින් A හා B කේත්ද සහිත S_1 හා S_2 වෘත්තවල සම්කරණ සොයාන්න.

l නා AB රේඛාවේ ජේදන ලක්ෂණය C යැයි ගනිමු. C හි බණ්ඩාංක සොයාන්න.

S_1 හා S_2 ට C හරහා තු අනෙක් පොදු ස්පර්ශකයේ සම්කරණය ද සොයාන්න.

මුළු ලක්ෂණය හරහා යන, S_1 හි පරිධිය සමවිශේද කරන හා S_2 වි ප්‍රාලිඛ වෘත්තයේ සම්කරණය $3x^2 + 3y^2 - 38x - 22y = 0$ බව පෙන්වන්න.

17. (a) $\cos A, \cos B, \sin A$ හා $\sin B$ ඇසුරෙන් $\cos(A+B)$ හා $\cos(A-B)$ ලියා දක්වන්න.

$$\text{ඒ තිබේ, } \cos C + \cos D = 2 \cos\left(\frac{C+D}{2}\right) \cos\left(\frac{C-D}{2}\right) \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

$$\cos C - \cos D = -2 \sin\left(\frac{C+D}{2}\right) \sin\left(\frac{C-D}{2}\right) \text{ බව අපෝහය කරන්න.}$$

$$\cos 9x + \cos 7x + \cot x (\cos 9x - \cos 7x) = 0 \text{ සම්කරණය විසඳන්න.}$$

(b) සූපුරුදු අංකනයෙන්, ABC ත්‍රිකෝණයක් සඳහා කොශධින තීරිය ප්‍රකාශ කර සාධනය කරන්න.

$$n \in \mathbb{Z} \text{ සඳහා } x \neq n\pi + \frac{\pi}{2} \text{ යැයි ගතිමු. } \sin 2x = \frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x} \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

$$ABC \text{ ත්‍රිකෝණයක } AB = 20 \text{ cm, } BC = 10 \text{ cm හා } \sin 2B = \frac{24}{25} \text{ බව දී ඇත.}$$

එවැනි වෙනස් ත්‍රිකෝණ දෙකක් තිබෙන බව පෙන්වා, ඒ එක එකක් සඳහා AC හි දිග සෞයන්න.

$$(c) \sin^{-1} \left[(1 + e^{-2x})^{-\frac{1}{2}} \right] + \tan^{-1}(e^x) = \tan^{-1}(2) \text{ සම්කරණය විසඳන්න.}$$



අධ්‍යාපන පොදු සහිත ප්‍රාන් (උපක පෙළ) විභාගය, 2021(2022)
කල්මිය් පොතුත් තාරාතරුප පත්තිර (වශෝරු තාරුප පරිශ්‍යා, 2021(2022))
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, 2021(2022)

සංයුත්ත ගණිතය	II
இணைந்த கணிதம்	II
Combined Mathematics	II

10 S II

B තොටස

* පැහැදිලිව පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

(මෙම ප්‍රයාග පත්‍රයෙහි g මගින් ගුරුත්වීම ක්වරණය දැක්වේ.)

- 11.(a) P අංශවක් O ලක්ෂයක සිට සිරස්ව උඩු අතට $u \text{ m s}^{-1}$ ප්‍රවේගයකින් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබ තත්පර 4 කට පසුව A ලක්ෂයක් වෙත ලැබා වන අතර, තවත් තත්පර 2 කට පසුව නැවත A වෙත පැමිණෙයි. P අංශව දෙවනවරට A හි ඇති මොහොන්දී තවත් Q අංශවක් O හි සිට සිරස්ව උඩු අතට එම $u \text{ m s}^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන්ම ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. එකම රුපසටහනක, P හා Q හි විලින සඳහා ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්ථාරවල දළ සටහන් අදින්න.

එ නයිත්, g ඇසුරෙන් u හි අයය ද OA හි උස ද, P සමග ගැටීමෙන් Q ගන්නා කාලය ද සොයන්න.

- (b) S නැවක් පොලොවට සාපේක්ෂව $u \text{ km h}^{-1}$ ඒකාකාර වේගයෙන් උතුරු දෙසට යාත්‍රා කරයි. එක්තර මොහොතකදී, S වලින් $d \text{ km}$ දුරක් නැගෙනහිරෙන් P බෝටුවක් පිහිටන අතර S වලින් $\sqrt{3}d \text{ km}$ දුරක් දකුණෙන් වෙනත් Q බෝටුවක් පිහිටයි. P බෝටුවෙහි, පොලොවට සාපේක්ෂව $2u \text{ km h}^{-1}$ ක ඒකාකාර වේගයෙන් සරල රේඛිය පෙනක, S අල්ලා ගැනීමේ අපේක්ෂාවෙන් ගමන් කරන අතර Q බෝටුවෙහි පොලොවට සාපේක්ෂව $3u \text{ km h}^{-1}$ ඒකාකාර වේගයෙන් සරල රේඛිය පෙනක P අල්ලා ගැනීමේ අපේක්ෂාවෙන් ගමන් කරයි.

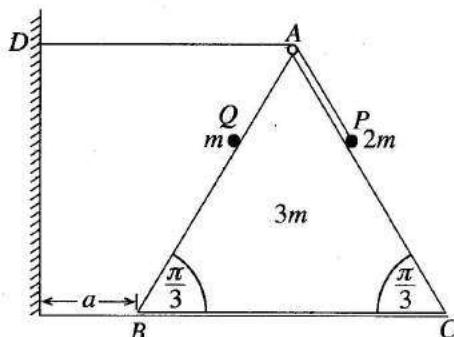
(i) P ගෝටුවට, S තැව අල්ල ගැනීමට ගතවන කාලය $\frac{d}{\sqrt{3}u}$ h නම් ඇ

(ii) Q ගෝටුව P ගෝටුව අල්ලා ගැනීමට පෙර P ගෝටුව S කාව අල්ලා ගත්තා බව ද පෙන්වන්න.

- 12.(a) රුපයෙහි ABC සමඟාල ත්‍රිකෝණය, $AB = BC = AC = 6a$ ඇ

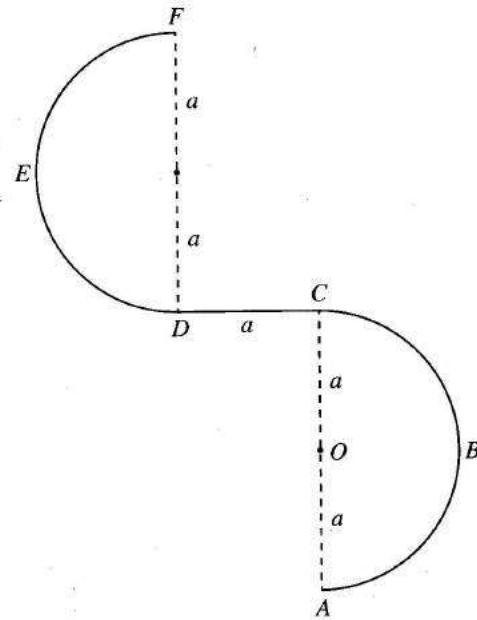
වත, BC අඩංගු මූහුණක් සුමට තිරස් ගෙබිලක් මත තබන ලද සේකන්ධය $3m$ වන සුමට ඒකාකාර කුයුදුයක ගුරුත්ව නේන්දය තුළින් වූ සිරස් හරස්කාඩ වේ. AB හා AC රේඛා, ඒවා අඩංගු මූහුණක්වල උපරිම බැවුම් රේඛා වේ. D ලක්ෂාය, AD තිරස් වන පරිදි ABC තලයෙහි කුයුදුයෙහි B ලක්ෂායෙහි සිට a යුතින් වූ සිරස් බිත්තිය මත වූ අවල ලක්ෂායකි. A හි සිවිකර ඇති කුඩා සුමට කජ්පියක් මතින් යන දිග $5a$ වූ සැහැල්ල අවිනාන් තන්තුවක එක් කෙළවරක AC මත තාකු සේකන්ධය $2m$ වූ P උග්‍රවතට භාජා භාජා පෙනෙන් ගෙවාට විශ්වාස මිනිනි.

இதுவே ஒரு காலம் பிரபு திரும்புகிற வகையை கீழே கண்டு படிப்பது ஆகும்.



(b) රුපයේදැක්වෙන පරිදි, $ABCDEF$ ත්‍රේතම්බිජක් සිරස්තලයක සවී කර ඇත. ABC කොටස, කේත්දය O හා අරය a වූ තුනි ප්‍රමාණ අරය වෘත්තාකාර කම්බිජක් වේ. CD කොටස දිග ගැටු තුනි රහිත සිරස් කම්බිජක් වේ. DEF කොටස ද අරය a වූ තුනි ප්‍රමාණ අරය වෘත්තාකාර කම්බිජක් වේ. AC හා DF විෂ්කම්භ සිරස් වේ. ස්කේත්දය m වූ තුනි ප්‍රමාණ P පබුදුවක් A හි තබා තිරස්ව u ($>3\sqrt{ag}$) ප්‍රවේශයක් දෙනු ලබන අතර එය කම්බිජ දිගේ විශ්වාස ආරම්භ කරයි. පබුදුවක් C සිට D දක්වා විශ්වාස තුළ පබුදුව මත කම්බිජ මගින් ඇති කරන සර්ථක බලයේ විශාලත්වය $\frac{1}{2}mg$ බව දී ඇත. P පබුදුවක් A සිට C දක්වා විශ්වාස තුළ \overrightarrow{OA} සමග θ ($0 \leq \theta \leq \pi$) කොළඹයක් \overrightarrow{OP} යාදා විට එහි v ව්‍යය $v^2 = u^2 - 2ag(1 - \cos \theta)$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

F හිදී කම්බිජ හැරයාමට මොහොතුකට පෙර P පබුදුවේ w ව්‍යය $w^2 = u^2 - 9ag$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වා, එම මොහොතේ කම්බිජ මගින් P පබුදුව මත ඇති කරන ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න.



13. ස්වභාවික දිග $4a$ වූ සහැල්දු ප්‍රත්‍යාස්ථා තන්තුවක එක් කෙළවරක් අවල O ලක්ෂායකට ද අනෙක් කෙළවර ස්කේත්දය m වූ P අංශුවකට ද ඇදා ඇත. අංශුව O ට $5a$ දුරක් පහළින් සමතුලිතතාවයේ එල්ලයි. තන්තුවේ ප්‍රත්‍යාස්ථා මාපාකය $4mg$ බව පෙන්වන්න.

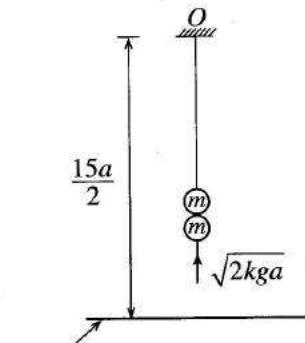
දැන, ස්කේත්දය m වූ වෙනත් Q අංශුවක් සිරස්ව ඉහළට ගමන් කර P සමග ගැටී හාවී R සංයුත්ත අංශුවක් සාදයි. P අංශුව සමග ගැටීමට මොහොතුකට පෙර Q අංශුවේ ව්‍යය $\sqrt{2kga}$ වේ. R විශ්වාසීමට පටන් ගන්නා ප්‍රවේශය සොයන්න.

තන්තුව නොමුරුවා ඇතිව පසුව සිදුවන විශ්වාසේදී R සංයුත්ත අංශුවට O සිට දුර වන x යන්න $\ddot{x} + \frac{g}{2a}(x - 6a) = 0$ සම්කරණය තැප්ත කරන බව පෙන්වන්න.

$$X = x - 6a \text{ ලෙස උග්‍රීත්, } \ddot{X} + \omega^2 X = 0 \text{ බව පෙන්වන්න; } \text{ මෙහි } \omega = \sqrt{\frac{g}{2a}} \text{ වේ.}$$

ඉහත සරල අනුවර්ති විශ්වාසේ තේත්දය ද, $\dot{X}^2 = \omega^2(c^2 - X^2)$ සූත්‍රය හාවිතයෙන් c විස්තාරය ද සොයන්න.

$k > 3$ නම් තන්තුව මුරුල් වන බව පෙන්වන්න.



අප්‍රත්‍යාස්ථා ගෙවීම

දැන, $k = 8$ යැයි ගනිමු. P හා Q අංශු හාවී මොහොත් සිට O ලක්ෂායට $\frac{15}{2}a$ දුරක් පහළින් වූ අප්‍රත්‍යාස්ථා සිරස් ගෙවීමක ගැටීමට R සංයුත්ත අංශුව ගන්නා කාලය සොයන්න.

R සංයුත්ත අංශුව ගෙවීම සමග ගැටීමේ පසු උගාවන උපරිම උග ද සොයන්න.

14.(a) \mathbf{a} හා \mathbf{b} ඉනා නොවන හා සමාන්තර නොවන දෙයික යැයි ද $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ යැයි ද ගනිමු.

$\lambda\mathbf{a} + \mu\mathbf{b} = \mathbf{0}$ නම්, $\lambda = 0$ හා $\mu = 0$ බව පෙන්වන්න.

ABC ත්‍රිකෝණයක් යැයි ගනිමු. AB හි මධ්‍ය ලක්ෂය D ද CD හි මධ්‍ය ලක්ෂය E ද වේ. AE (දික්කල) හා BC රේඛා F හි ද හමුවේ. $\overrightarrow{AB} = \mathbf{a}$ හා $\overrightarrow{AC} = \mathbf{b}$ යැයි ගනිමු. ත්‍රිකෝණ ආකලන නියමය හාවිතයෙන්

$$\overrightarrow{AE} = \frac{\mathbf{a} + 2\mathbf{b}}{4} \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

$\overrightarrow{AF} = \alpha \overrightarrow{AE}$ හා $\overrightarrow{CF} = \beta \overrightarrow{CB}$ වන්නේ ඇයි දැයි පැහැදිලි කරන්න; මෙහි $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ වේ.

ACF ත්‍රිකෝණය සැලකීමෙන් $(\alpha - 4\beta)\mathbf{a} + 2(\alpha + 2\beta - 2)\mathbf{b} = \mathbf{0}$ බව පෙන්වන්න.

එ තියින්, α හා β හි අගයන් සොයන්න.

(b) ABC යනු පැන්නක දිග $2a$ වූ සමඟාද ත්‍රිකෝණයක් යැයි ද D, E, F යනු පිළිවෙළින් AB, BC හා AC හි මධ්‍ය ලක්ෂය යැයි ද ගනිමු. විශාලත්ව $2P, \sqrt{3}P, 2\sqrt{3}P$ හා aP වූ බල පිළිවෙළින් $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AE}, \overrightarrow{DC}$ හා \overrightarrow{BC} දිගේ ව්‍යාකරයි. මෙම බල පද්ධතියේ සම්පූර්ණය, \overrightarrow{AC} ව සමාන්තරව ව්‍යාකරන බව දී ඇත. a හි අගය සොයන්න.

බල පද්ධතිය, A හරහා ව්‍යාකරන විශාලත්වය R වූ තනි බලයකට හා විශාලත්වය G වූ යුත්මයක් සම්ඟින් තුළා වේ. R හා G හි අගයන් සොයන්න.

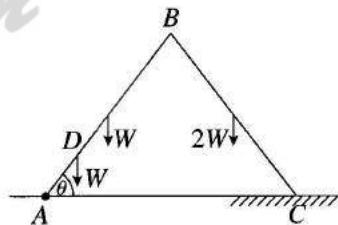
මෙම බල පද්ධතියේ සම්පූර්ණය බලයේ විශාලත්වය හා දිගාව ලියා දක්වා

සම්පූර්ණයකේ ව්‍යා රේඛාව AB හමුවන ලක්ෂයට A හි සිට ඇති දුර සොයන්න.

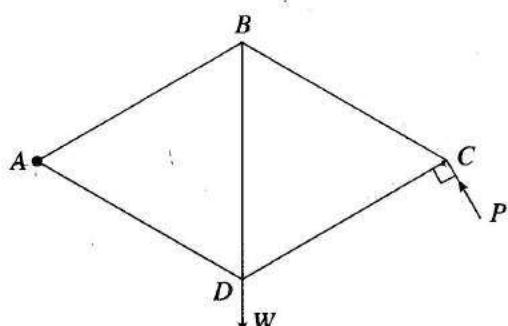
දැන්, විශාලත්වය H වූ යුත්මයක් පද්ධතියට එකතු කරනු ලැබේ. මෙම අළුත් පද්ධතියේ සම්පූර්ණය B ලක්ෂය හරහා ව්‍යාකරයි. H හි අගය හා මෙම යුත්මය ව්‍යාකරන අන් සොයන්න.

15.(a) එක එකති දිග $2a$ වන AB හා BC ඒකාකාර දැඩු දෙකක් B අන්තයේදී සුම්ට ලෙස සන්ධි කර ඇත. AB හා BC දැඩුවල බර පිළිවෙළින් W හා $2W$ වේ. A කෙළවර තිරස් ගෙවීමක් මත අවල ලක්ෂයකට සුම්ට ලෙස අසවි කර ඇත. $AD = \frac{a}{2}$ වන පරිදි AB දැන්ව මත වූ D ලක්ෂයට බර W වූ අංශුවක් සවි කර ඇත. රුපයේ දැක්වෙන පරිදි, පද්ධතිය සිරස් තෙයක සම්බුද්ධිව ඇත්තේ $\hat{BAC} = \theta$ ද BC දැන්වේ C කෙළවර ඉහත තිරස් ගෙවීමෙහි රාෂ් කොටසක ද තිබෙන පරිදි ය. BC දැන්වා හා ගෙවීම අතර සර්ථක සංග්‍රහකය μ වේ. $\cot \theta \leq \frac{15}{7}\mu$ බව පෙන්වන්න.

CB මගින් AB මත B සන්ධියෙහි දී ඇති කරන ප්‍රතිව්‍යාව ද සොයන්න.



(b) රුපයේ දැක්වෙන රාමු සැකිල්ල, ඒවායේ අන්තවලදී සුම්ට ලෙස සන්ධි කළ සමාන දිගින් යුත් AB, BC, CD, DA හා DB සැකිල්ල දැඩු පහතින් සමන්විත වේ. W හාරයක් D සන්ධියෙහි එල්ලා ඇති අතර \mathbf{r}_A මූලු සැකිල්ල A හි ද අවල ලක්ෂයකට සුම්ට ලෙස සන්ධි කර සිරස් තෙයක BD සිරස්ව සම්බුද්ධිව තබා ඇත්තේ එයට C සන්ධියෙහි දී CD දැන්වට ලමිවට රුපයෙහි පෙන්වා ඇති දිගාවට යෙදු P බලයක් මගිනි.



(i) P හි අගය සොයන්න.

(ii) බෝ අංකනය හාවිතයෙන්, C, B හා D සන්ධි සඳහා ප්‍රත්‍යාබල සටහනක් අදින්න.

එ තියින්, දැඩුවල ප්‍රත්‍යාබල ආත්ති ද තෙරපුම් ද යන්න ප්‍රකාශ කරමින් ඒවා සොයන්න.

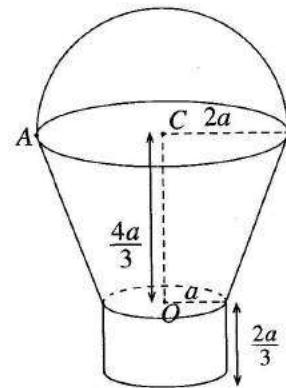
16. (i) අරය a වූ අර්ථ වෘත්තාකාර ව්‍යුහයක හැඩයෙන් යුත් තුනී ඒකාකාර කම්බියක ස්කන්ධය කේත්දය එහි කේත්දයේ සිට $\frac{2a}{\pi}$ දුරකින් ඇ.

(ii) උස h වූ ඒකාකාර කුහර සාපු වෘත්තාකාර ගැන්වුවක ස්කන්ධය කේත්දය එහි පතුලේ කේත්දයේ සිට $\frac{1}{3}h$ දුරකින් ඇ.

පහත බව පෙන්වන්න.

රුපයේ දැක්වෙන පරිදි, උච්ච හා යටත් වෘත්තාකාර ගැටිවල අරයන් පිළිවෙළින් $2a$ හා a වූ ඇ උස $\frac{4a}{3}$ වූ ඇ කුහර සාපු වෘත්තාකාර කේතු ජීන්නකයක හැඩයෙන් යුත් ඒකාකාර තුනී කොබාලකට, පහත දැක්වෙන නොටස් එක එකක් මෙම කොබාල ගමුවන ස්ථානවලදී දාඩි ලෙස සට් කිරීමෙන් බාල්දියක් සාදා ඇත.

- අරය a හා යටත් කේත්දය O වූ ඒකාකාර තුනී වෘත්තාකාර තැවැයක්.
- අරය a හා උස $\frac{2a}{3}$ වූ කුහර සාපු වෘත්තාකාර සිලින්බරයක හැඩයෙන් යුත් ඒකාකාර තුනී කොබාලක්,
- අරය $2a$ හා කේත්දය C වූ අර්ථ වෘත්තයක හැඩයෙන් යුත් ඒකාකාර තුනී කම්බියක්



ජන්නකයේ, තැවැයේ හා සිලින්බරයේ එකක වර්ගෝලයක ස්කන්ධය රා ද කම්බියේ එකක දිගක ස්කන්ධය $11a\sigma$ ඇ වේ.

බාල්දියෙහි ස්කන්ධය කේත්දයට O සිට දුර $(10\pi + 27)\frac{a}{9\pi}$ බව පෙන්වන්න.

කම්බිය, ජන්නකයේ උච්ච ගැටිය හමුවන A ලක්ෂායෙන් බාල්දිය සිරස් තන්තුවකින් තිදු සේ එල්ලනු ලැබූ විට සමතුලින පිහිටීමේදී OC යට අත් සිරස සමග සාදනා කොළඹ සොයන්න.

17. (a) A හා B සර්වසම පෙට්ටී එක එකක, පාටින් හැර අන් සැම අපුරකින්ම සර්වසම බෝල 10 බැංකින් අඩංගු වේ. A පෙට්ටීයේ යුදු පාට බෝල 6 ක් ඇ රණ පාට බෝල 4 ක් ඇ, B පෙට්ටීයේ යුදු පාට බෝල 8 ක් ඇ රණ පාට බෝල 2 ක් ඇ අඩංගු වේ. පෙට්ටීයක් සසම්භාවී ලෙස තෝරාගෙන, එම පෙට්ටීයන් එකකට පසු අනෙක ලෙස, ප්‍රතිස්ථාපන රහිතව සසම්භාවී ලෙස බෝල 3 ක් ඉවතට ගනු ලබයි.
- (i) රණ පාට බෝල දෙකක් හා යුදු පාට බෝලයක් ඉවතට ගැනීමේ
 - (ii) රණ පාට බෝල දෙකක් හා යුදු පාට බෝලයක් ඉවතට ගන් බව ඇ ඇති විට A පෙට්ටීය තෝරාගෙන තිබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

- (b) \bar{x} හා σ_x යනු පිළිවෙළින් $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ දැන් කුලකයේ මධ්‍යන්ය හා සම්මත අපගමනය යැයි ඇ
 $i = 1, 2, \dots, n$ සඳහා $y_i = \frac{x_i - \alpha}{\beta}$ යැයි ඇ ගනිමු; මෙහි α හා $\beta (>0)$ ආත්ත්වික නියත වේ. $\bar{y} = \frac{\bar{x} - \alpha}{\beta}$ හා
 $\sigma_y = \frac{\sigma_x}{\beta}$ බව පෙන්වන්න; මෙහි \bar{y} හා σ_y යනු පිළිවෙළින් $\{y_1, y_2, \dots, y_n\}$ දැන් කුලකයේ මධ්‍යන්ය හා
 සම්මත අපගමනය වේ.

සමාගමක සේවකයින් 100 දෙනකුගේ රක්ෂණ සැලැස්මක් සඳහා මායික වාරික පහත සංඛ්‍යාත වශෙන් දෙනු ලැබේ.

මායික වාරිකය (රුපියල්) x	සේවකයින් ගඟන
1500 – 3500	30
3500 – 5500	40
5500 – 7500	20
7500 – 9500	10

$$y = \frac{x - 500}{1000}$$
 පරිණාමනය භාවිතයෙන්, y හි මධ්‍යන්ය හා සම්මත අපගමනය ඇ සම්මත අපගමනය

මගින් අර්ථ දැක්වෙන y හි කුටිකතා සංගුණකය ඇ නිමානය කරන්න.

එ නයින්, x හි මධ්‍යන්ය, සම්මත අපගමනය හා කුටිකතා සංගුණකය නිමානය කරන්න.

1. ගණිත අභ්‍යහන මූලධර්මය භාවිතයෙන්, සියලු $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $\sum_{r=1}^n (6r+1) = n(3n+4)$ බව සාධිතය කරනු

$$n=1 \text{ සඳහා, } \text{ව.පැ.} = 6+1=7 \text{ නා}$$

$$\text{ද.පැ.} = 1(3+4) = 7 \text{ වේ.}$$

$\therefore n=1$ විට ප්‍රතිඵලය සත්‍ය වේ.

5

$n=1$ විට ප්‍රතිඵලය සත්‍යාපනය කිරීම
සඳහා

k යනු මිනුම ධන තිබුලයක් යැයි ගෙන $n=k$ සඳහා

ප්‍රතිඵලය සත්‍ය යැයි උපකළුපනය කරමු.

$$\text{එනම්, } \sum_{r=1}^k (6r+1) = k(3k+4).$$

5

$n=k$ සඳහා ප්‍රකාශනය ලිවීමට

$$\begin{aligned} \text{දැන්, } \sum_{r=1}^{k+1} (6r+1) &= \sum_{r=1}^k (6r+1) + \{6(k+1)+1\} \\ &= k(3k+4) + 6k + 7 \\ &= 3k^2 + 10k + 7 \\ &= (k+1)(3k+7). \\ &= (k+1)[3(k+1)+4]. \end{aligned}$$

5

" $n=k$ ප්‍රතිඵලය, " $n=k+1$ " හි ආදේශ කිරීම
සඳහා

$(k+1)(3k+7)$ හෝ තුළු ප්‍රකාශනයක්
පෙන්වා කිවීමට

ලේ නයින්, $n = k$ සඳහා ප්‍රතිඵලය සත්‍යනම් $n = k+1$ සඳහා දී ප්‍රතිඵලය සත්‍ය වේ.

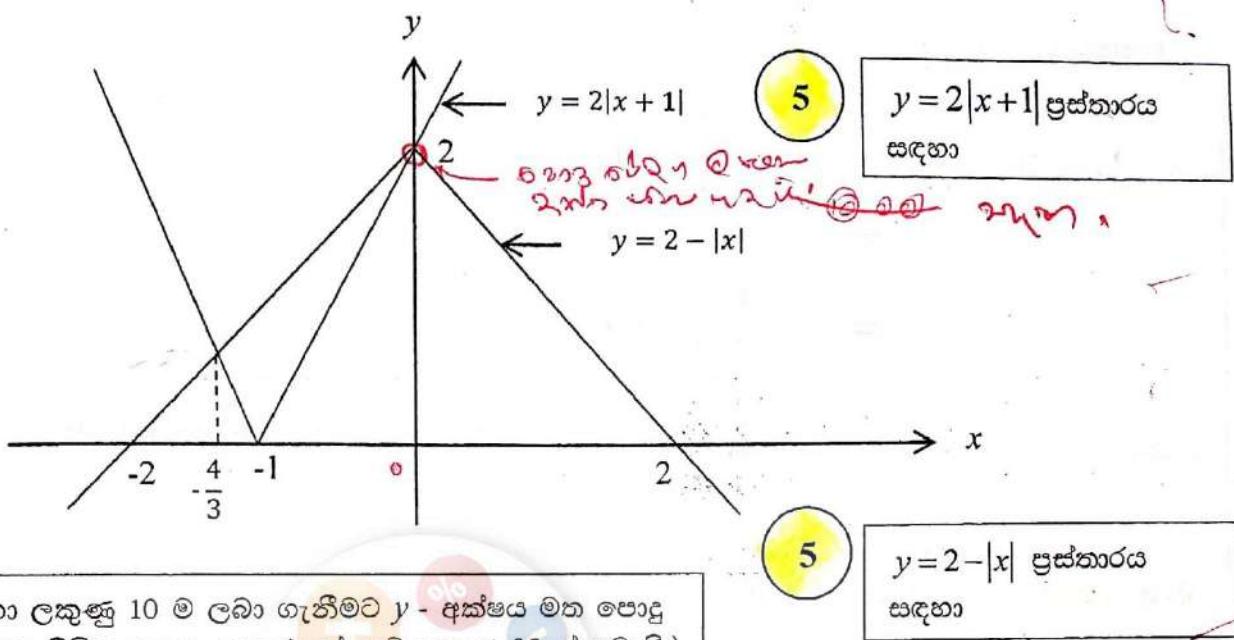
$n=1$ සඳහා ප්‍රතිඵලය සත්‍යව ඉහත පෙන්වා ඇති.

ලේ නයින්, ගණිත අභ්‍යහන මූලධර්ම මගින් සියලු $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා ප්‍රතිඵලය සත්‍ය වේ.

5

ගණිත අභ්‍යහන මූලධර්මයට අනුව
නිගමනයට (සියලුම අනෙක් පියවර
නිවැරදි නම් පමණි.)

2. එකම රුප සටහනක $y = 2|x+1|$ හා $y = 2 - |x|$ හි ප්‍රස්ථාරවල දළ සටහන් අදින්න. එහිදීන් යෝ අත් අනුරූපය යො. $2|x+2| + |x| \leq 4$ අසමානතාව සපුරාලන නේ x හි සියලුම තාක්තික අගයන් සොයන්න.



(ප්‍රස්ථාර සඳහා ලකුණු 10 ම ලබා ගැනීමට y - අක්ෂය මත පොදු ජේදන ලක්ෂ්‍යය තිබිය යුතුය. නොවේස් නම් ලකුණු 05 ක් පමණි.)

එක් ජේදන ලක්ෂ්‍යයක x - බණ්ඩාක $x = 0$ වේ.

$x < -1$ සඳහා අනෙක් ජේදන ලක්ෂ්‍යයයේ $x = -$

බණ්ඩාක $-2(x+1) = 2+x$ මගින් දෙනු ලබයි.

මෙය $x = -\frac{4}{3}$ ලබා දෙයි. 5 අදාළ ප්‍රස්ථාරය

$x = 0$ සහ $x = -\frac{4}{3}$
පෙන්වා තිබීමට

$$t = \frac{x}{2} \text{ යැයි ගනිමු.}$$
5

$t = \frac{x}{2}$ ආදේශයට හෝ
තුළු ප්‍රකාශනයකට

ඇති දෙන ලද අසමානතාව $2|2t+2| + |2t| \leq 4$ බවට පත් වේ.

මෙය $2|t+1| \leq 2 - |t|$ ට තුළු වේ.

$$\text{ප්‍රස්ථාර මගින් } -\frac{4}{3} \leq t \leq 0.$$

$$\therefore -\frac{8}{3} \leq x \leq 0.$$
5

නිවැරදි විසඳුම ලබා
ගැනීමට

විකල්ප ක්‍රමය 1:

ඉහත පරිදි ප්‍රස්තාර සඳහා 5 + 5

(i) අවස්ථාව $x \leq -2$

$$\text{එවිට, } 2|x+2| + |x| \leq 4 \Leftrightarrow -2(x+2) - x \leq 4$$

$$\Leftrightarrow -3x - 4 \leq 4$$

$$\Leftrightarrow -\frac{8}{3} \leq x$$

ඒ නයින් මෙම අවස්ථාවේදී විසඳුම වන්නේ $-\frac{8}{3} \leq x \leq -2$ තාප්ත කරන x හි අගයන් වේ.

(ii) අවස්ථාව $-2 < x \leq 0$

$$\text{එවිට, } 2|x+2| + |x| \leq 4 \Leftrightarrow 2(x+2) - x \leq 4$$

$$\Leftrightarrow x \leq 0$$

ඒ නයින් මෙම අවස්ථාවේදී විසඳුම වන්නේ $-2 < x \leq 0$ තාප්ත කරන x හි අගයන් වේ.

(iii) අවස්ථාව $x > 0$

$$\text{එවිට, } 2|x+2| + |x| \leq 4 \Leftrightarrow 2(x+2) + x \leq 4$$

$$\Leftrightarrow 3x + 4 \leq 4$$

$$\Leftrightarrow x \leq 0$$

ඒ නයින් මෙම අවස්ථාවේදී විසඳුම තොමැතු.

නිවැරදි විසඳුම සහිත අවස්තා 3 ම සඳහා

10

නිවැරදි විසඳුම සහිත අවස්තා 2 ක් සඳහා

5

$$\therefore \text{දෙන ලද අසමානතාව සඳහා විසඳුම වන්නේ } -\frac{8}{3} \leq x \leq 0$$

5

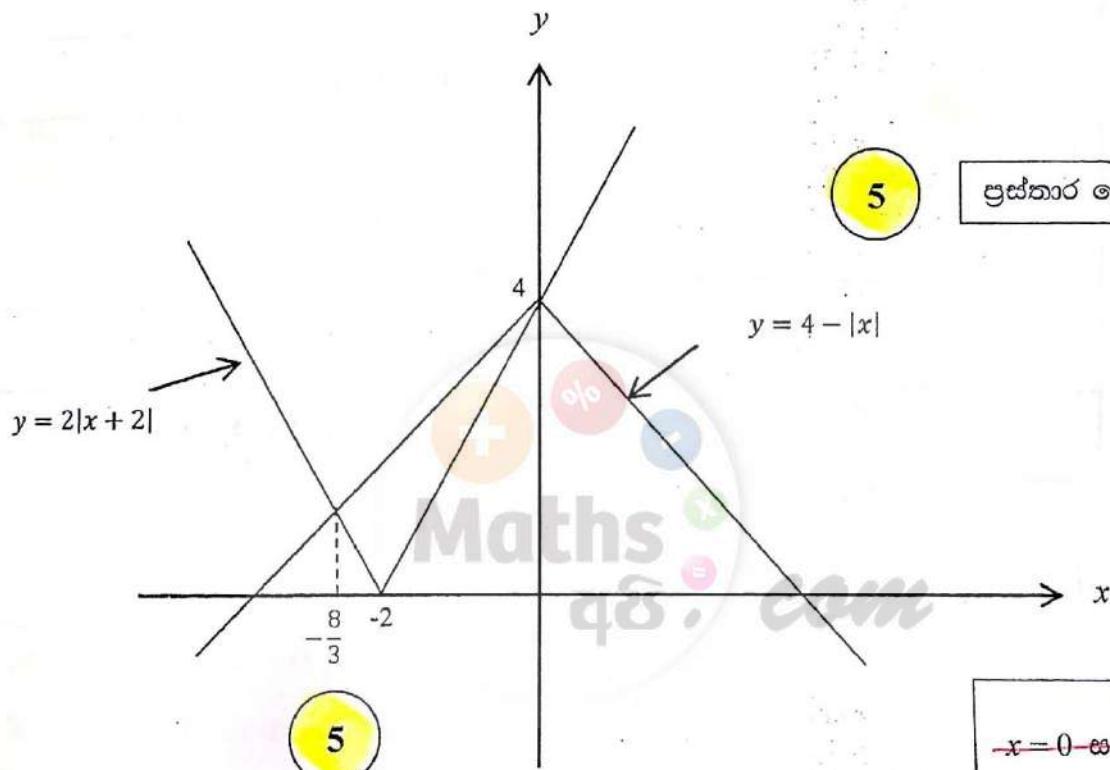
තාප්තකරන x හි අගයන් වේ.

විකල්ප ක්‍රමය 2:

ඉහත පරිදි ප්‍රස්ථාර සඳහා (5) + (5)

$$2|x+2| + |x| \leq 4$$

$$\Leftrightarrow 2|x+2| \leq 4 - |x|$$



ප්‍රස්ථාර දෙක සඳහා

~~x=0~~ සහ $x = -\frac{8}{3}$ පෙන්වා
තිබේ.

ප්‍රස්ථාර මගින්,

$$2|x+2| \leq 4 - |x|$$

$$\Leftrightarrow -\frac{8}{3} \leq x \leq 0$$

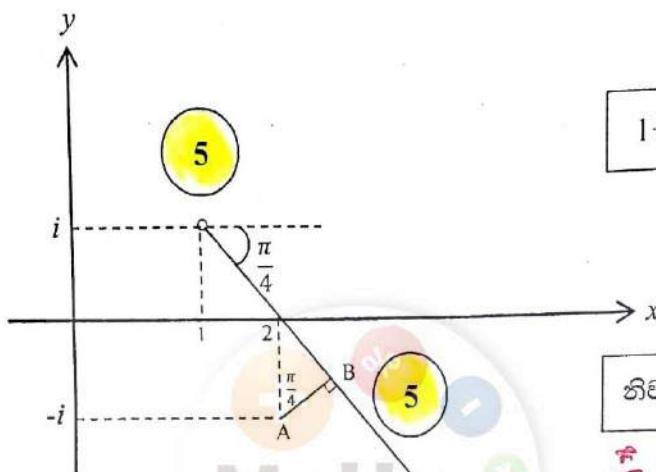
5

නිවැරදි විසඳුම පෙන්වා
තිබීමට

3. ආයන්ඩි සටහනක, $\text{Arg}(z - 1 - i) = -\frac{\pi}{4}$ සපුරාලන යුතු සෑයීරු ස්ථානය කරන ලක්ෂණවල පෙනෙන දැන සටහනක් අදින්න.

ශේෂීය තෝරා ඇත අනුරූපීන් හෝ $\text{Arg}(iz + 1 - i) = \frac{\pi}{4}$ සපුරාලන $|z - 2+i|$ හි අවම අගය $\frac{1}{\sqrt{2}}$ බව පෙන්වන්න.

$$\operatorname{Arg}(z - (1+i)) = -\frac{\pi}{4}$$



1+i കു ചില്ല

ନିର୍ମାଣ ଅଧିକାରୀ

$\frac{d}{dt}$ O_2 $\rightarrow \text{O}_3$

$$\text{Arg}(i(z-i-1)) = \frac{\pi}{4}$$

$$\operatorname{Arg} i + \operatorname{Arg}(z - (1+i)) = \frac{\pi}{4}$$

$$\text{Arg}(z - (1+i)) = -\frac{\pi}{4}$$

$$\text{ප්‍රකාශ කිරීම සහ } \operatorname{Arg} i = \frac{\pi}{2} \text{ නාවිතය}$$

A3 A2

$$\xi_7 \vartheta, \min |z - (2-i)| = AB$$

$$= 1 \cdot \cos \frac{\pi}{4}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}$$

ପିଲିତୁର ଲବା ଗୈନିମତ ପିଯାର ଫଳା

$$AB = \frac{1}{\sqrt{2}} \sigma$$

A long explanation.

ପ୍ରକାଶ ଉତ୍ତର
ମନ୍ଦିର ପ୍ରକାଶନ

විකල්ප ක්‍රමය:

ඉහත පරිදි ප්‍රස්ථාර සඳහා 5 + 5

$z = x + iy$ යැයි ගනිමු.

එවට $\frac{\pi}{4} = \text{Arg}(iz + 1 - i) = \text{Arg}(1 - y + i(x - 1))$

$\therefore x - 1 = (1)(1 - y)$ 5
 $\Rightarrow x + y = 2.$

දෙන ලද විස්තාරය x හා y අතර
සම්බන්ධයක් ලෙස ලිවීම.

එන් $|z - 2 + i| = |x + iy - 2 + i|$
 $= |(x - 2) + i(y + 1)|$
 $= |y + i(y + 1)|$ $(\because x - 2 = y)$

$= \sqrt{y^2 + (y+1)^2}$
 $= \sqrt{2\left(y + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}}$ 5

මාපාංකය, x හෝ y හි වර්ග පූර්ණය ලෙස
ලිවීම.

$\geq \frac{1}{\sqrt{2}},$ $(\because 2\left(y + \frac{1}{2}\right)^2 \geq 0. (= 0 වන්නේ $y = -\frac{1}{2}$ විටය.))$

$\therefore \min |z - 2 + i| = \frac{1}{\sqrt{2}}.$ 5

පිළිතුර ලබා ගැනීමට පියවර සඳහා

4. $k > 0$ යැයි ගනිමු. $\left(x^2 + \frac{k}{x}\right)^{11}$ හි ද්‍රිපද ප්‍රසාරණයේ x^7 හි සංග්‍රහකය හා $\left(x - \frac{1}{x^2}\right)^{11}$ හි ද්‍රිපද ප්‍රසාරණයේ x^{-7} හි සංග්‍රහකය සමාන බව දි ඇත. $k = 1$ බව පෙන්වන්න.

$$\left(x^2 + \frac{k}{x}\right)^{11} \text{ සඳහා}$$

$$T_{r+1} = {}^{11}C_r (x^2)^{11-r} \left(\frac{k}{x}\right)^r = {}^{11}C_r x^{22-3r} k^r$$

$$22 - 3r = 7 \Rightarrow r = 5$$

5

r හි නිවැරදි අගය සඳහා

$$\therefore x^7 \text{ හි සංග්‍රහකය } = {}^{11}C_5 k^5$$

5

නිවැරදි සංග්‍රහකය

$$\left(x - \frac{1}{x^2}\right)^{11} \text{ සඳහා } T_{r+1} = {}^{11}C_r x^{11-r} (-1)^r \left(\frac{1}{x^2}\right)^r = (-1)^r {}^{11}C_r x^{11-3r}$$

$$11 - 3r = -7 \Rightarrow r = 6$$

5

r හි නිවැරදි අගය සඳහා

$$\therefore x^{-7} \text{ හි සංග්‍රහකය } = {}^{11}C_6$$

5

නිවැරදි සංග්‍රහකය

එම්බෝ උග්‍ර ප්‍රාග්ධනය මෙයින් ${}^{11}C_6 = {}^{11}C_5$ නිසා $k = 1$ ලබා දෙයි.

5

පිළිකුර ලබා ගැනීමට පියවර සඳහා

5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x - \sin 2x}{x^2(\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x})} = 4$ බල පෙන්වන්න.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x - \sin 2x}{x^2(\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\sin 2x}{\cos 2x} - \sin 2x}{x^2(\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x})} \times \frac{(\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x})}{(\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{2x} \times \frac{(1 - \cos 2x)}{x^2 \cos 2x} \times (\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x})$$

$$= \underbrace{\left(\lim_{2x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{2x} \right)}_{\text{නො තැබූ 42 m.m.}} \times \underbrace{\lim_{x \rightarrow 0} 2 \left(\frac{\sin x}{x} \right)^2}_{\text{නො තැබූ 42 m.m.}} \times \underbrace{\left(\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\cos 2x} \right)}_{\text{නො තැබූ 42 m.m.}} \times \underbrace{\lim_{x \rightarrow 0} (\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x})}_{\text{නො තැබූ 42 m.m.}}$$

$$= \frac{1}{5} \times \frac{2}{5} \times \frac{1}{5} \times \frac{2}{5}$$

$$= 4.$$

ප්‍රතිඵලයෙන් ගුණ කිරීමට

සිමා එක එකක් සඳහා

5

විකල්ප ක්‍රමය 1:

$$\begin{aligned}
 & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x - \sin 2x}{x^2 (\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x})} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x(1 - \cos 2x)}{x^2 \cos 2x} \cdot \frac{1}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}} \times \frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x(1 - \cos^2 2x)}{x^2 \cos 2x(1 + \cos 2x)} \cdot \frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}{2x} \\
 &= 4 \left(\lim_{2x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{2x} \right)^3 \left(\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\cos 2x} \right) \left(\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{1 + \cos 2x} \right) \left(\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{1+x} + \sqrt{1-x} \right) \\
 &= 4 \times 1 \times 1 \times \frac{1}{2} \times 2 \\
 &= 4.
 \end{aligned}$$

5

ප්‍රතිබද්ධයෙන් ගැන
කිරීමටසීමා එක එකක්
සඳහා 5

විකල්ප ක්‍රමය 2:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x - \sin 2x}{x^2 (\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x})}$$

5

ප්‍රතිඵල්ධයෙන් ගුණ
කිරීමට

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} \times \left(\frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x} - \frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x} \right) \frac{1}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}} \times \frac{(\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x})}{(\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x})}$$

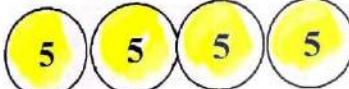
$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \tan x (2 \tan^2 x)}{x^2 (1 - \tan^4 x)} \cdot \frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}{2x}$$

$$= 2 \left(\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} \right)^3 \left(\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\cos x} \right)^3 \left(\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{1 - \tan^4 x} \right) \left(\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{1+x} + \sqrt{1-x} \right)$$

$$= 2 \times 1 \times 1 \times 1 \times 2$$

+ % ÷ × =

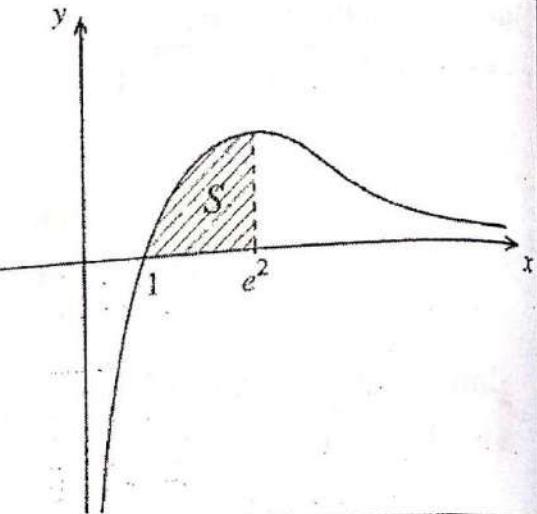
= 4.



5

සීමා එක
එකක් සඳහා

6. $y = \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$, $y=0$ හා $x=e^2$ විනු මගින් ආවාත වන පෙදෙස S යැයි ගැනීම්. S හි වර්ගඩලය, වර්ග ජේකක 4 ඇව පෙන්වන්න.
- S පෙදෙස x -අක්ෂය වටා ගැඩියන 2π විලින් ප්‍රමණය කරනු ලැබේ. මෙලෙස ජනනය වන සන වස්තුව පරිමාව $\frac{8\pi}{3}$ ඇව පෙන්වන්න.



$$S \text{ හි වර්ගඩලය} = \int_1^{e^2} \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx$$

5

නිතාග ගෝ ඇස්

$$= (\ln x) \cdot 2x^{\frac{1}{2}} \Big|_1^{e^2} - \int_1^{e^2} 2x^{\frac{1}{2}} \times \frac{1}{x} dx$$

5

S සඳහා අනුකලය සකසා ගැනීම

$$= 4e - 2 \int_1^{e^2} x^{-\frac{1}{2}} dx$$

නිතාග ඇප්ප මේ මානු
මොරා මෙර මානුවය
මෙ ඉඩ යුතුව මැනු

$$= 4e - \left(2\sqrt{x} \right) \Big|_1^{e^2}$$

$$= 4e - 4e + 4$$

4

නිතාග ආච්චක
චුලුව ඉතා මැනුවය

කොටස් වශයෙන් අනුකලනයට
හෝ තුළා ප්‍රකාශනයකට

$$\text{අවශ්‍ය පරිමාව} = \int_1^{e^2} \pi \left(\frac{\ln x}{\sqrt{x}} \right)^2 dx$$

5

පිළිතුර ලබා ගැනීමට පියවර

$$= \pi \int_1^{e^2} \frac{(\ln x)^2}{x} dx$$

$$= \pi \frac{(\ln x)^3}{3} \Big|_1^{e^2}$$

$$= \frac{8\pi}{3}$$

5

පරිමාව සඳහා අනුකලය සකසා ගැනීමට

පිළිතුර ලබා ගැනීමට පියවර
සඳහා

7. $t \neq 0$ යදා $x = ct$ හා $y = \frac{c}{t}$ මගින් පරාමිතිකව දෙනු ලබන භාෂ්‍යක්කාප බහුවලයට $P \equiv \left(cp, \frac{c}{p} \right)$ ලක්ෂණයේදී පූජ්‍ය ස්ථේරෝ රේඛාලේ සම්කරණය $x + p^2y = 2cp$ බව පෙන්වන්න.

P හි දී මෙම බහුවලයට වූ අභිල්‍යිත රේඛාව වෙනත් $Q \equiv \left(cq, \frac{c}{q} \right)$ ලක්ෂණයකදී බහුවලය නැවත හමු වේ.

$p^3q = -1$ බව පෙන්වන්න.

$$\frac{dx}{dt} = c \quad \text{හා} \quad \frac{dx}{dt} = -\frac{c}{t^2}.$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{-\frac{c}{t^2}}{c} = -\frac{1}{t^2}$$

5

1 ඇපුරෙන් $\frac{dy}{dx}$ උග්‍රය

$$\therefore P \text{ හිදී ස්ථේරෝ කයේ අනුත්‍රිතය} = -\frac{1}{t^2} \Big|_{t=p} = -\frac{1}{p^2}$$

 $\therefore P$ හිදී ස්ථේරෝ කයේ සම්කරණය

$$y - \frac{c}{p} = -\frac{1}{p^2} (x - cp)$$

5

$$\therefore x + p^2y = 2cp.$$

 P හිදී අභිල්‍යිතයේ අනුත්‍රිතය $= p^2$.

$$\therefore P \text{ හිදී අභිල්‍යිතයේ සම්කරණය} y - \frac{c}{p} = p^2(x - cp)$$

5

අභිල්‍යිතයේ සම්කරණය

 $Q \equiv (cq, \frac{c}{q})$ මෙම අභිල්‍යිත රේඛාව මත වේ.

$$\therefore \frac{c}{q} - \frac{c}{p} = p^2(cq - cp) \Rightarrow c(p - q) = -p^3qc(p - q)$$

5

ආදේශ කිරීම සඳහා

 P හා Q ප්‍රහිත්ත ලක්ෂණ දෙකක් තිසා $p \neq q$ වේ.

$$p^3q = -1.$$

5

ප්‍රහිත්ත ලබා ගැනීමට පියවර

විකල්ප ක්‍රමය: (අන්තිම කොටස සඳහා)

08 මායි - 09 මායි 09 මායි

PQ අනුක්‍රමණය = P හිදී අනිලම්බයේ අනුක්‍රමණය

$$\therefore \frac{\frac{c}{q} - \frac{c}{p}}{cq - cp} = p^2$$

5

($\because p \neq q, c \neq 0$)

$$\therefore p^3 q = -1$$

5

5

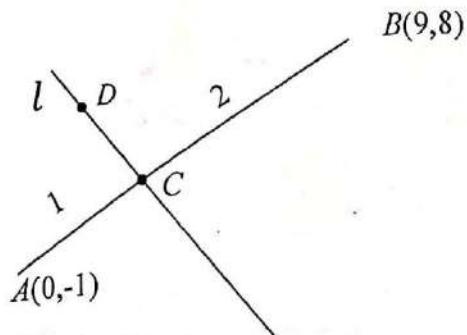
අවශ්‍යතාව සඳහා

ආදේශය සඳහා

පිළිතුර ලබා ගැනීමට පියවර



8. $A \equiv (0, -1)$ හා $B \equiv (9, 8)$ යැයි ගනිමු. C ලක්ෂණය AB මත $AC:CB = 1:2$ වන පරිදි පිළිටයි. C තරහා යන AB ට ලේඛීම් වූ l සරල රෝබාවේ සම්කරණය $x + y - 5 = 0$ බව ගෙන්වන්න. $y = 5x + 1$ සරල අර්ථාවත AD සමාන්තර වන පරිදි l මත වූ ලක්ෂණය D යැයි ගනිමු. D හි බණ්ඩාක ගොයන්න.



$$C \equiv \left(\frac{2(0)+1(9)}{2+1}, \frac{2(-1)+1(8)}{2+1} \right)$$

$$\equiv (3, 2)$$

5

C හි බණ්ඩාක

$$AB$$
 හි අනුකූලණය = 1

5

l හි අනුකූලණය = -1

$\therefore l$ හි සම්කරණය

$$y - 2 = -1(x - 3)$$

$$\text{එනම්, } x + y - 5 = 0. \quad (1)$$

$$AD$$
 හි සම්කරණය $y - (-1) = 5(x - 0)$

5

l හි සම්කරණය ලබා ගැනීමට පියවර සඳහා

$$\text{එනම්, } y + 1 = 5x \quad (2)$$

(1) හා (2) විපදිමෙන්

$$D \equiv (1, 4).$$

5

$D \equiv (1, 4)$ තිබේම

9. $x + 2y = 3$ සරල රේඛාව, $S \equiv x^2 + y^2 - 4x + 1 = 0$ වෘත්තය ප්‍රහිත්න ලක්ෂණ දෙකකදී ජේදනය කරන සෙවා පෙන්වන්න.
- මෙම ලක්ෂණ දෙක හා $S = 0$ වෘත්තය සේවා යන වෘත්තයෙහි සම්කරණය සොයන්න.

$$S \equiv x^2 + y^2 - 4x + 1 = 0$$

$x + 2y - 3 = 0$ රේඛාව ඇසි ගනිමු.

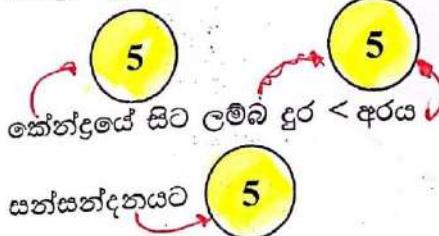
$$\text{මත: } x = 3 - 2y;$$

$$(3 - 2y)^2 + y^2 - 4(3 - 2y) + 1 = 0$$

$$\therefore 5y^2 - 4y - 2 = 0$$

5

විකල්ප ක්‍රමය:



වර්ගේ සම්කරණය ලබා ගැනීමට

මෙම වර්ගේ සම්කරණයේ විවේචන, $\Delta = 16 + 4(5)(2)$

5

විවේචනය ලිවීම

$\Delta > 0$ නිසා $x + 2y = 3$ රේඛාව ප්‍රහිත්න ලක්ෂණය

5

 $\Delta > 0$ සඳහා

දෙකකදී S ජේදනය කරයි.

අවශ්‍ය වෘත්තයේ සම්කරණය

$$x^2 + y^2 - 4x + 1 + \lambda(x + 2y - 3) = 0$$

5

 λ ආකාරය සඳහා

මෙහි $\lambda \in \mathbb{R}$ වේ.

මෙම වෘත්තය, $(2, 0)$ හරහා ගමන් කරන නිසා

$$4 - 8 + 1 + \lambda(2 - 3) = 0$$

$$\therefore \lambda = -3$$

5

∴ අවශ්‍ය වෘත්තයේ සම්කරණය

$$x^2 + y^2 - 4x + 1 + (-3)(x + 2y - 3) = 0$$

 $\lambda = -3$ ලබා ගැනීමට

$$\text{එනම්, } x^2 + y^2 - 7x - 6y + 10 = 0.$$

ලිඛිත තුළවල
මෙම



$$x+2y-3=0$$

$$d = \frac{|2+0-3|}{\sqrt{5}}$$

 $\sqrt{5}$

10. $2\cos^2 x + 2\sqrt{3} \sin x \cos x - 1$ යන්න $R \cos(2x - \alpha)$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න; මේහි $R > 0$ හා $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ වේ.
ත්‍රයිත්, $\cos^2 x + \sqrt{3} \sin x \cos x = 1$ යම්කරණය වියදැන්න.

$$\begin{aligned} & 2\cos^2 x + 2\sqrt{3} \sin x \cos x - 1 \\ &= 2\cos^2 x - 1 + \sqrt{3}(2\sin x \cos x) \end{aligned}$$

5

$\cos 2x$ හා $\sin 2x$ භාවිතයෙන්
ප්‍රකාශන ලැබීමට

$$\begin{aligned} &= \cos 2x + \sqrt{3} \sin 2x \\ &= 2 \left[\frac{1}{2} \cos 2x + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2x \right] \\ &= 2 \cos \left(2x - \frac{\pi}{3} \right) \end{aligned}$$

$R = 2$ ලබා ගැනීමට

$\alpha = \frac{\pi}{3}$ ලබා ගැනීමට

මේහි $R = 2$ හා $\alpha = \frac{\pi}{3}$

5

5

$\cos^2 x + \sqrt{3} \sin x = 1$ යම්කරණය

$2\cos^2 x + 2\sqrt{3} \sin x \cos x - 1 = 1$ ට තුළා වේ.

$\therefore 2 \cos \left(2x - \frac{\pi}{3} \right) = 1$

එම තියින්, $\cos \left(2x - \frac{\pi}{3} \right) = \frac{1}{2}$ 5

$\cos \left(2x - \frac{\pi}{3} \right) = \frac{1}{2}$ ලබා
ගැනීමට

$\therefore 2x - \frac{\pi}{3} = 2n\pi \pm \frac{\pi}{3}; n \in \mathbb{Z}$

$\therefore x = n\pi + \frac{\pi}{6} \pm \frac{\pi}{6}; n \in \mathbb{Z}$

5

නිවැරදි පිළිතුර ලබා ගැනීමට

ලිඛිත තුළා තුළා

11. (a) $k > 1$ යුතු ගනිමු. $x^2 - 2(k+1)x + (k-3)^2 = 0$ සම්බන්ධයට තාත්ත්වික ප්‍රහිත්න මූල ඇති බව පෙන්වන්න. මෙම මූල α හා β යුතු ගනිමු. k ආසුරෙන් $\alpha + \beta$ හා $\alpha\beta$ ලියා දැක්වා, α හා β දෙකම ධෙන වන පරිදි හිටු k හි අයන් සොයන්න. දැන්, $1 < k < 3$ යුතු ගනිමු. k ආසුරෙන්, $\frac{1}{\sqrt{\alpha}}$ හා $\frac{1}{\sqrt{\beta}}$ මූල වන වර්ගජ සම්බන්ධය ප්‍රහිත්න.

(b) $f(x) = 2x^3 + ax^2 + bx + 1$ හා $g(x) = x^3 + cx^2 + ax + 1$ යුතු ගනිමු; මෙහි $a, b, c \in \mathbb{R}$ වේ. $(x-1)$ මිශ්‍රීන් $f(x)$ රේදු විට ගේසය 5 බව හා $x^2 + x - 2$ මිශ්‍රීන් $g(x)$ රේදු විට ගේසය $x + 1$ බව දී ඇත. a, b හා c හි අයන් සොයන්න. නවද, a, b හා c යුතු මෙම අයන් සහිතව, සියලුම $x \in \mathbb{R}$ යුතුවා $f(x) - 2g(x) \leq \frac{13}{12}$ බව පෙන්වන්න.

(a)

$$x^2 - 2(k+1)x + (k-3)^2 = 0$$
 හි විවේචනය Δ යුතු ගනිමු.

$$\text{මෙට } \Delta = 4(k+1)^2 - 4(k-3)^2 \quad \text{5} \quad \text{ස. රිඛ}$$

$$= 4(k+1+k-3)(k+1-k+3)$$

$$= 32(k-1). \quad \text{5} \quad \text{ස. රිඛ}$$

$$k > 1 \text{ හියා } \Delta > 0 \text{ වේ.} \quad \text{5}$$

වාස්‍ය
Q. ඉහළ.

$$\alpha + \beta = 2(k+1) \text{ හා } \alpha\beta = (k-3)^2$$

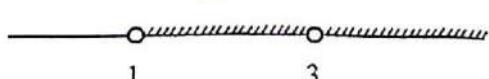
α හා β දෙකම ධෙන විම සඳහා

$$\underline{\alpha + \beta > 0 \text{ හා } \alpha\beta > 0}$$
 විය යුතුයි.

$$k > 1 \text{ හියා } \alpha + \beta = 2(k+1) > 0 \text{ වේ.}$$

$$\text{හා } \alpha\beta = (k-3)^2 > 0 \text{ මෙම පමණක් } k \neq 3 \text{ වේ.} \quad \text{10} \quad \text{ස. රිඛ}$$

\therefore අවශ්‍ය k හි අයන් $1 < k < 3$ හෝ $k > 3$ වේ.



$$0^2 - 0^2 + 0 - 6m^2.$$

20

35

දීන් $1 < k < 3$ යැයි ගනිමු. $\alpha > 0$ සහ $\beta > 0$ බව දීනිමු.

$$\frac{1}{\sqrt{\alpha}} \text{ හා } \frac{1}{\sqrt{\beta}} \text{ මූල වන සම්කරණය } \left(x - \frac{1}{\sqrt{\alpha}} \right) \left(x - \frac{1}{\sqrt{\beta}} \right) = 0 \text{ වේ.}$$

$$\text{එනම්, } x^2 - \left(\frac{1}{\sqrt{\alpha}} + \frac{1}{\sqrt{\beta}} \right) x + \frac{1}{\sqrt{\alpha\beta}} = 0.$$

$$\text{එනම්, } \underline{\sqrt{\alpha\beta}x^2} - \underline{(\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta})x} + 1 = 0.$$

- 5 ප්‍රතිචාර ප්‍රතිචාර
5 ප්‍රතිචාර ප්‍රතිචාර
5

$$\begin{aligned} &\text{උහු මත ප්‍රතිචාර ප්‍රතිචාර} \\ &\text{මූල තුළ නෑ } \frac{1}{\sqrt{\alpha}} + \frac{1}{\sqrt{\beta}} \\ &\frac{\sqrt{\beta}}{\sqrt{\alpha}\sqrt{\beta}} + \frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\alpha}\sqrt{\beta}} \\ &\frac{1}{\sqrt{\alpha}} + \frac{1}{\sqrt{\beta}} \\ &\text{උහු මත ප්‍රතිචාර} - 5 \end{aligned}$$

$$\sqrt{\alpha\beta} = \sqrt{(k-3)^2} = |k-3| = 3-k \text{ බව දීනිමු } (\because 1 < k < 3).$$

$$\begin{aligned} \text{තවද, } (\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta})^2 &= \alpha + \beta + 2\sqrt{\alpha\beta} \\ &= 2(k+1) + 2(3-k) \\ &= 8. \end{aligned}$$

$$\therefore \sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} = 2\sqrt{2} \quad (\because \sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} > 0).$$

$$\therefore \text{අවශ්‍ය සම්කරණය } (3-k)x^2 - 2\sqrt{2}x + 1 = 0 \text{ වේ.}$$

$$(3-k)x^2 - 2(\sqrt{2}x) + 1 = 0 \quad (35) \quad \text{නො } @. 20$$

45

(b)

$$f(x) = 2x^3 + ax^2 + bx + 1 \text{ හා } g(x) = x^3 + cx^2 + ax + 1$$

$f(x)$ යන්න $(x-1)$ න් බෙදු විට යේෂය 5 නිසා යේප ප්‍රමේය මගින්

$$f(1) = 5.$$

5

$$\therefore a+b+3 = 5 \quad \text{නො } 10 \quad \text{නො } 10.$$

$$a+b = 2.$$

5 ----- 1

$g(x)$ යන්න $x^2 + x - 2$ න් බෙදු විට යේෂය $x+1$ නිසා

$$\lambda \in \mathbb{R} \text{ සඳහා } g(x) = x^3 + cx^2 + ax + 1 = (x^2 + x - 2)(x + \lambda) + x + 1$$

$$(x^0); \quad 1 = -2\lambda + 1 \Rightarrow \lambda = 0.$$

$$\therefore g(x) = x(x^2 + x - 2) + x + 1$$

$$= x^3 + x^2 - x + 1.$$

එම නයින්, $c = 1$ හා $a = -1$ වේ.

දීන් (1) මගින් $b = 3$ වේ.

5 + 5

$$\begin{aligned} f(x) &\text{ ප්‍රතිචාර } \\ a+b+3 &\text{ ප්‍රතිචාර } @. 10 \\ Q. 10 & \end{aligned}$$

5

30

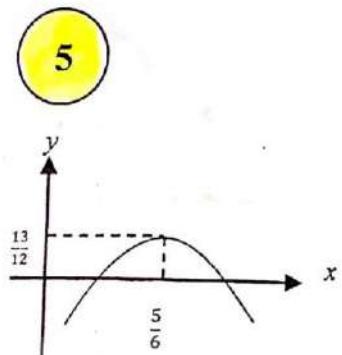
(11)

திடு விளைவுகள்

$$\begin{aligned}
 f(x) - 2g(x) &= 2x^3 - x^2 + 3x + 1 - 2(x^3 + x^2 - x + 1) \\
 &= -3x^2 + 5x - 1 \quad \text{5} \quad \leftarrow \text{ஒருங்கல் பின்த கடன்} \\
 &= -3\left[\left(x - \frac{5}{6}\right)^2 - \frac{25}{36} + \frac{1}{3}\right] \\
 &= -3\left[\left(x - \frac{5}{6}\right)^2 - \frac{13}{36}\right] \quad \text{5} \\
 &\leq -3 \times \left(\frac{-13}{36}\right), \because \left(x - \frac{5}{6}\right)^2 \geq 0. \quad \text{5}
 \end{aligned}$$

$$\therefore f(x) - 2g(x) \leq \frac{13}{12}. \quad \text{5}$$

பொது விடை கேட்ட போது,
0.5, 0.0m என்று,



20

Q₁₁

(a) 20, 35, 45

(b) 30, 20

(a)

(i)

12.(a) පහත දී ඇති සංඛ්‍යාක 10 න් ගනු ලබන යෝජිතා යෝජිතා 4 කින් සම්බන්ධිත, යෝජිතා 4 ක සංඛ්‍යාවක් සඳහා පැවත්වනු ලබන අවස්ථා ඇතේ:

$$1, 1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 5, 5$$

- (i) තොරු ගනු ලබන යෝජිතා 4 ම් වෙනත් නම්,
 - (ii) මිනැම යෝජිතා 4 ක් තොරු ගනු ගැනී නම්,
- සඳහා ගැනී එවත් වෙනස් සංඛ්‍යාක 4 ක යෝජිතා ගණන සොයන්න.

$$(b) r \in \mathbb{Z}^+ සඳහා U_r = \frac{-16r^3 + 12r^2 + 40r + 9}{5(2r+1)^2(2r-1)^2} යැයි ගනිමු.$$

$$r \in \mathbb{Z}^+ සඳහා U_r = \frac{A(r-1)}{(2r+1)^2} - \frac{(r-B)}{(2r-1)^2} වන පරිදි A හා B නාත්ත්වික නියමයන් හේ අගයන් සොයන්න.$$

$$\text{ඒහෙතු, } r \in \mathbb{Z}^+ සඳහා \frac{1}{5^{r-1}} U_r = f(r) - f(r-1) \text{ වන පරිදි } f(r) \text{ සොයා,$$

$$n \in \mathbb{Z}^+ සඳහා \sum_{r=1}^n \frac{1}{5^{r-1}} U_r = 1 + \frac{n-1}{5^n (2n+1)^2} \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

$$\sum_{r=1}^{\infty} \frac{1}{5^{r-1}} U_r, \text{ අපරිමින මූල්‍යය අභිසාරී බව අසේෂනය කර එහි ප්‍රේක්ෂා සොයන්න. \quad \checkmark$$

(a)

$$1, 1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 5, 5$$



(i) 1,2,3,4 හා 5 අතරින් වෙනස් සංඛ්‍යාක 4 කින් සඳහා ගැනී වෙනස් සංඛ්‍යා ගණන

$$= {}^5P_4$$

$$= 5! \quad \text{c. 10 රුකා.}$$

$$= 120 \quad \text{c. 150 රුකා.}$$

15

(12) - b

ජාතික පොදුවල සංඛ්‍යා පිහා මධ්‍ය දෙපාර්තමේන්තුව

Sri Lanka National Board of Mathematics

(ii) ශිනැම සංඛ්‍යා ක 4ක් තෝරාගෙන සැදිය හැකි සංඛ්‍යා ගණන

ඡැනැන් සංඛ්‍යා හතරකින්		ඡැනැන් වෙනත් සංඛ්‍යා ක 4ක සංඛ්‍යා ගණන
එක් සංඛ්‍යා කයක් පමණක් දෙවරක් පුනරාවර්තන සහ අනෙක් සංඛ්‍යා ක දෙක වෙනස්		${}^5P_4 = 120$
සංඛ්‍යා ක දෙකක් දෙවරක් පුනරාවර්තන ව		 ${}^4C_1 \times {}^4C_2 \times \frac{4!}{2!} = 288$
එන් සංඛ්‍යා කයක් තෙවරක් පුනරාවර්තන ව		 ${}^4C_2 \times \frac{4!}{2!2!} = 36$

$$\therefore \text{සැදිය හැකි සංඛ්‍යා ගණන} = \underline{120} + \underline{288} + \underline{36} + \underline{16} = 460$$

අඩංගු නෑ
අඟුරු උතුව්, අභ්‍යන්තර මූල්‍ය තුළු (0)

55

(b)

 $r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා

$$U_r = \frac{-16r^3 + 12r^2 + 40r + 9}{5(2r+1)^2(2r-1)^2}$$

$$U_r = \frac{A(r-1)}{(2r+1)^2} - \frac{(r-B)}{(2r-1)^2} = \frac{A(r-1)(2r-1)^2 - (r-B)(2r+1)^2}{(2r+1)^2(2r-1)^2}$$

$$\therefore -16r^3 + 12r^2 + 40r + 9 = 5A(r-1)(4r^2 - 4r + 1) - 5(r-B)(4r^2 + 4r + 1)$$

r හි බලවල සංගුණක සැපයීමෙන්

$$r^3 : -16 = 5A(4) - 20$$

$$r^2 : 12 = 5A(-8) - 5(-4B + 4)$$

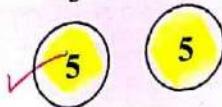
$$r^1 : 40 = 25A - 5(1 - 4B)$$

$$r^0 : 9 = -5A + 5B$$

(10)

නැරඟ නම ආකෘති තොරතුරු 2
පෙරුව තුළුව ම්‍ය (0-Q)

$$A = \frac{1}{5} \text{ සහ } B = 2$$



A හෝ B සියලුම නො
C. 20 යුතු නැතුව,
(අග්‍රාම නොමැත්ත නිසින් යුතු)

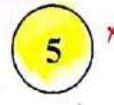
20

$$\therefore U_r = \frac{r-1}{5(2r+1)^2} - \frac{r-2}{(2r-1)^2}$$



A හෝ B සියලුම නො
C. 5 යුතු නැතුව:

$$\therefore \frac{1}{5^{r-1}} U_r = \frac{r-1}{5^r (2r+1)^2} - \frac{r-2}{5^{r-1} (2r-1)^2}$$



හා ඒ තයින්,

$$\frac{1}{5^{r-1}} U_r = f(r) - f(r-1); \text{ මෙහි } f(r) = \frac{r-1}{5^r (2r+1)^2} \text{ නේ. } 10$$

$$r=1;$$

$$\frac{1}{5^0} U_1 = f(1) - f(0)$$

$$r=2;$$

$$\frac{1}{5} U_2 = f(2) - f(1)$$

⋮

$$r=n-1;$$

$$\frac{1}{5^{n-2}} U_{n-1} = f(n-1) - f(n-2)$$

$$r=n \quad \frac{1}{5^{n-1}} U_n = f(n) - f(n-1)$$

$$n \in \mathbb{Z}^+ \text{ සඳහා } \sum_{r=1}^n \frac{1}{5^{r-1}} U_r = f(n) - f(0)$$

$$= \frac{n-1}{5^n (2n+1)^2} - (-1)$$

$$= 1 + \frac{n-1}{5^n (2n+1)^2}$$

0.61120 Q. 02



f(n) 25.62 - 0.600

Q. 10 Q. 11

45

Q12-b

රජයා මල්පතයි.

ශ්‍රී ලංකා විශාල දෙපාර්තමේන්තුව

සිටො මත්ත
Q. මෙයි $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{r=1}^n \frac{1}{5^{r-1}} U_r = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{n-1}{5^n (2n+1)^2} \right)$

5 5

$\therefore \sum_{r=1}^{\infty} \frac{1}{5^{r-1}} U_r$ අපරිමිත ශේෂීය අභිසාරී වන අතර එළෙක්සය 1 වේ.

5

15

Q₁₂- (a) 15 , 55

(b) 20 , 45 , 15,



$$13.(a) A = \begin{pmatrix} a & 0 & 3 \\ 0 & a & 1 \end{pmatrix} \text{ සහ } B = \begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ යැයි ගනිමු; මෙහි } a \in \mathbb{R} \text{ නේ.}$$

$C = AB^T$ යැයි ද ගනිමු. a අපුරුණෝගී හේයා, සියලු $a \neq 0$ නළතා C^{-1} පවතින බව පෙන්වන්න. a අපුරුණෝගී C^{-1} , එය පවතින විට, දියා දැක්වන්න.

$$C^{-1} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \frac{1}{8} \begin{pmatrix} 9 \\ -11 \end{pmatrix} \text{ නම්, } a = 2 \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

a නළතා මෙම අය යොත්තා, $DC - C^T C = 8I$ වන පරිදි D ක්‍රියා සොයුන්න; මෙහි I යනු ගණය 2 වන ජ්‍යෙන් නෙකුත් නෙකුත් වේ.

$$(b) z_1 = 1 + \sqrt{3}i \text{ සහ } z_2 = 1 + i \text{ යැයි ගනිමු. } \frac{z_1}{z_2} \text{ යන්න } x + iy \text{ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න; මෙහි } x, y \in \mathbb{R}.$$

නවද, z_1 සහ z_2 යෝජිත්තා හාබුනා $r > 0$ සහ $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ වන $r(\cos \theta + i \sin \theta)$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කර,

$$\text{තහැකි, } \frac{z_1}{z_2} = \sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{12} + i \sin \frac{\pi}{12} \right) \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

$$\cos \left(\frac{\pi}{12} \right) = \frac{1 + \sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \text{ බව අපෝහනය කරන්න.}$$

$$(c) n \in \mathbb{Z}^+ \text{ සහ } k \in \mathbb{Z} \text{ නළතා } \theta \neq 2k\pi \pm \frac{\pi}{2} \text{ යැයි ද ගනිමු.}$$

ද මූල්‍යවර් ප්‍රමුණියය ගාලීනයෙන්, $(1 + i \tan \theta)^n = \sec^n \theta (\cos n\theta + i \sin n\theta)$ බව පෙන්වන්න.

තහැකි, $(1 - i \tan \theta)^n$ නළතා එවැනි ප්‍රකාශනයක් ලබා ගෙන

$$(1 + i \tan \theta)^n + (1 - i \tan \theta)^n = 2 \sec^n \theta \cos n\theta \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

$$z = i \tan \left(\frac{\pi}{10} \right) \text{ යන්න } (1+z)^{25} + (1-z)^{25} = 0 \text{ නිසු වියදුමක් බිජ අපෝහනය කරන්න.}$$

(a)

5

$$C = AB^T = \begin{pmatrix} a & 0 & 3 \\ 0 & a & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a^2 + 3 & a + 3 \\ a + 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$|C| = (a^2 + 3) - (a + 1)(a + 3) = -4a$$

$$\neq 0 \quad (\because a \neq 0)$$

5

∴ සියලු $a \neq 0$ නළතා C^{-1} පවතී.

10

4 ම නිවැරදි නම්

10

3 ක් පමණක් නිවැරදි නම්

5

දැනුව තුළ ඇත්තා නොවා ඇත්තා නොවා - 10
3 - 10

25

$$a \neq 0 \text{ නළතා } C^{-1} = -\frac{1}{4a} \begin{pmatrix} 1 & -(a+3) \\ -(a+1) & a^2 + 3 \end{pmatrix}$$

$$C^{-1} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \frac{1}{4a} \begin{pmatrix} -1 & a+3 \\ a+1 & -a^2 - 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \frac{1}{4a} \begin{pmatrix} 2a+5 \\ -2a^2 + a - 5 \end{pmatrix}$$

4 ම නිවැරදි නම්

10

3 ක් පමණක් නිවැරදි නම්

5

10

(13) a/b

ශ්‍රී ලංකා විද්‍යාත අධ්‍යාරකාමින් තුව

$$\text{Q. 9(b)} \quad \frac{1}{4a} \begin{pmatrix} 2a+5 \\ -2a^2+a-5 \end{pmatrix} = \frac{1}{8} \begin{pmatrix} 9 \\ -11 \end{pmatrix}$$

$$\frac{2a+5}{4a} = \frac{9}{8} \quad \text{so} \quad \frac{-2a^2+a-5}{4a} = -\frac{1}{8}$$

~~எனில், தேவே சமீகரண எடுத்து மதின் $a = 2$ ஆகி.~~

$$a=2 \text{ と } C = \begin{pmatrix} 7 & 5 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \text{ と } C^{-1} = -\frac{1}{8} \begin{pmatrix} 1 & -5 \\ -3 & 7 \end{pmatrix}$$

2 ମାତ୍ରରେ କିମି

1 ක් පමණක් නිවැරදි නම්

20

$$DC - C^T C = 8I \Leftrightarrow D - C^T = 8IC^{-1}$$

5

$$\therefore D = C^T + 8C^{-1} = \begin{pmatrix} 7 & 3 \\ 5 & 1 \end{pmatrix} + 8 \begin{pmatrix} -\frac{1}{8} \\ \frac{1}{8} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -5 \\ -3 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 8 \\ 8 & -6 \end{pmatrix}. \quad (5)$$

$$D = \begin{pmatrix} P & Q \\ R & S \end{pmatrix} \quad \text{over } \mathbb{R}$$

ଚ' ୭୬୩୦ ରା ଜନ୍ମତୀ ୧୫ ଲାଖ.

20

(b)

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{1+\sqrt{3}i}{1+i} \times \frac{1-i}{1-i} = \frac{1}{2}(1+\sqrt{3}i)(1-i) = \frac{1+\sqrt{3}}{2} + i\left(\frac{\sqrt{3}-1}{2}\right)$$

ନୀତି କାନ୍ଦିଲା
ଦେଶର ପଦବୀ ଓ ଉଚ୍ଚତା

10

$$z_1 = 2\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right) = 2\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$$

6

5) වැඩින්වා

$$z_2 = \sqrt{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} i \right) = \sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$$

π

2

$$\therefore \frac{z_1}{z_2} = \frac{2\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)}{\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)} = \sqrt{2}\left(\cos\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}\right)\right)$$

$$= \sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{12} + i \sin \frac{\pi}{12} \right)$$

10

20mm & 626 @ 70 mph

30

14(a)

ශ්‍රී ලංකා විද්‍යා දෙපාර්තමේන්තුව

රෝගී උග්‍රීතයි.

$$f(x) \left[\begin{array}{l} f(x) \\ -f(x) \end{array} \right]$$

ජ්‍යෙෂ්ඨ වෛශ්‍ය තොරතුරු

වැඩිහිටි ප්‍රස්ථාව

$$f(x) + |f(x)| = \begin{cases} 2f(x), & f(x) \geq 0 \text{ විට.} \\ 0, & f(x) < 0 \text{ විට.} \end{cases}$$

$$\therefore f(x) + |f(x)| > 0 \quad \text{ම නම් පමණක් } f(x) > 0. \quad (5)$$

$$\therefore f(x) + |f(x)| > 0 \text{ ත්‍රේත් කරන තාත්ත්වික අගයන්}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{4} < x < 0 \text{ or } x > 2. \quad (5) \quad + \times$$

15

(b)

$x > 0$ සඳහා;

$$36 = xy + \frac{3}{8}\pi x^2 \quad (10)$$

ඡරුවා මෝදා

$$\therefore y = \frac{36}{x} - \frac{3}{8}\pi x, \quad x > 0 \text{ සඳහා}$$

$$p = 2x + 2y + 2\left(\frac{3}{8}\pi x\right) \quad (10)$$

$$= 2x + 2\left(\frac{36}{x} - \frac{3}{8}\pi x\right) + \frac{3}{4}\pi x$$

$$\therefore p = 2x + \frac{72}{x} \quad (5) \quad \text{නුගේ නිශ්චිත මුද්‍රා}$$

$$\frac{dp}{dx} = 2 - \frac{72}{x^2}; \quad x > 0.$$

$$(5) \quad \text{යුගා මුද්‍රා}$$

$$\frac{dp}{dx} = 0 \Leftrightarrow x = 6. \quad (5) \quad x \text{ නුගේ මුද්‍රා}$$

$$0 < x < 6 \text{ සඳහා } \frac{dp}{dx} < 0 \text{ සහ } \quad \left. \begin{array}{l} \text{ජ්‍යෙෂ්ඨ මුද්‍රා මෙයි } \\ \text{Q. Q. L.} \end{array} \right\}$$

$$x > 6 \text{ සඳහා } \frac{dp}{dx} > 0.$$

$$\therefore x = 6 \text{ විට } p \text{ අවම වේ.} \quad (5)$$

40

Q14

(a) 25, 30, 40, 15

(b) 40,

හැරුම් ලක්ෂණ දී:

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1 \quad x = \frac{1}{2}$$

5

සුදුම

	$-\infty < x < -1$	$-1 < x < 0$	$0 < x < \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} < x < 2$	$2 < x < \infty$
$f'(x)$ හි ලක්ෂණ	(-)	(+)	(+)	(-)	(-)
$f(x)$	අඩු වේ	වැඩි වේ	වැඩි වේ	අඩු වේ	අඩු වේ

$\therefore f(x)$ යන්න $[-1, 0]$ හා $\left(0, \frac{1}{2}\right]$ මත වැඩි වන අතර

$(-\infty, -1]$, $\left[\frac{1}{2}, 2\right)$ හා $(2, \infty)$ මත අඩු වේ.

ව්‍යාකෘති නිර්මාණ කිරීම සැපයාම

$x = -1$ විට සැපයාම

1 තුන් පෙන්වන විට සැපයාම

$x = \frac{1}{2}$ විට සැපයාම

සැපයාම සිදු කිරීම

30

හැරුම් ලක්ෂණ: $\left(\frac{1}{2}, -4\right)$ ස්ථානීය උපරිමයක් වේ.

$(-1, -1)$ ස්ථානීය අවමයක් වේ.

x - අන්ත්‍රෑක්ස්චය: $\left(-\frac{1}{4}, 0\right)$

නිරස ස්පර්ශෝන්මුඩය: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 0 \therefore y = 0$

සිරස ස්පර්ශෝන්මුඩය: $x = 0$ සහ $x = 2$.

යුගාබාධ (0 නිශ්චිත විට)

$(0, 0.25, 0.5) \parallel (-)$

ව්‍යාකෘති නිර්මාණ

$y = 0$ විට $x = \pm 2$

$y = x$ විට $x = 0$ සහ $x = 2$

$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ සැපයාම

$x = 0$ සහ $x = 2$

$y = 0$ සහ $y = 2$

$y = x$ සහ $y = 2$

$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ සැපයාම

$x = 0$ සහ $x = 2$

$y = 0$ සහ $y = 2$

$y = x$ සහ $y = 2$

$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ සැපයාම

$x = 0$ සහ $x = 2$

$y = 0$ සහ $y = 2$

$y = x$ සහ $y = 2$

$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ සැපයාම

$x = 0$ සහ $x = 2$

$y = 0$ සහ $y = 2$

$y = x$ සහ $y = 2$

$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ සැපයාම

$x = 0$ සහ $x = 2$

$y = 0$ සහ $y = 2$

$y = x$ සහ $y = 2$

$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ සැපයාම

$x = 0$ සහ $x = 2$

$y = 0$ සහ $y = 2$

$y = x$ සහ $y = 2$

$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ සැපයාම

$x = 0$ සහ $x = 2$

$y = 0$ සහ $y = 2$

$y = x$ සහ $y = 2$

$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ සැපයාම

$x = 0$ සහ $x = 2$

$y = 0$ සහ $y = 2$

$y = x$ සහ $y = 2$

$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ සැපයාම

$x = 0$ සහ $x = 2$

$y = 0$ සහ $y = 2$

$y = x$ සහ $y = 2$

$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ සැපයාම

$x = 0$ සහ $x = 2$

$y = 0$ සහ $y = 2$

$y = x$ සහ $y = 2$

$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ සැපයාම

$x = 0$ සහ $x = 2$

$y = 0$ සහ $y = 2$

$y = x$ සහ $y = 2$

$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ සැපයාම

$x = 0$ සහ $x = 2$

$y = 0$ සහ $y = 2$

$y = x$ සහ $y = 2$

$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ සැපයාම

$x = 0$ සහ $x = 2$

$y = 0$ සහ $y = 2$

$y = x$ සහ $y = 2$

$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ සැපයාම

$x = 0$ සහ $x = 2$

$y = 0$ සහ $y = 2$

$y = x$ සහ $y = 2$

$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ සැපයාම

$x = 0$ සහ $x = 2$

$y = 0$ සහ $y = 2$

$y = x$ සහ $y = 2$

$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ සැපයාම

$x = 0$ සහ $x = 2$

$y = 0$ සහ $y = 2$

$y = x$ සහ $y = 2$

$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ සැපයාම

$x = 0$ සහ $x = 2$

$y = 0$ සහ $y = 2$

$y = x$ සහ $y = 2$

$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ සැපයාම

$x = 0$ සහ $x = 2$

$y = 0$ සහ $y = 2$

$y = x$ සහ $y = 2$

$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ සැපයාම

$x = 0$ සහ $x = 2$

$y = 0$ සහ $y = 2$

$y = x$ සහ $y = 2$

$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ සැපයාම

$x = 0$ සහ $x = 2$

$y = 0$ සහ $y = 2$

$y = x$ සහ $y = 2$

$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ සැපයාම

$x = 0$ සහ $x = 2$

$y = 0$ සහ $y = 2$

$y = x$ සහ $y = 2$

$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ සැපයාම

$x = 0$ සහ $x = 2$

$y = 0$ සහ $y = 2$

$y = x$ සහ $y = 2$

$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ සැපයාම

$x = 0$ සහ $x = 2$

$y = 0$ සහ $y = 2$

$y = x$ සහ $y = 2$

$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ සැපයාම

$x = 0$ සහ $x = 2$

$y = 0$ සහ $y = 2$

$y = x$ සහ $y = 2$

$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ සැපයාම

$x = 0$ සහ $x = 2$

$y = 0$ සහ $y = 2$

$y = x$ සහ $y = 2$

$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ සැපයාම

$x = 0$ සහ $x = 2$

$y = 0$ සහ $y = 2$

$y = x$ සහ $y = 2$

$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ සැපයාම

$x = 0$ සහ $x = 2$

$y = 0$ සහ $y = 2$

$y = x$ සහ $y = 2$

$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ සැපයාම

$x = 0$ සහ $x = 2$

$y = 0$ සහ $y = 2$

$y = x$ සහ $y = 2$

$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ සැපයාම

$x = 0$ සහ $x = 2$

$y = 0$ සහ $y = 2$

$y = x$ සහ $y = 2$

$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ සැපයාම

$x = 0$ සහ $x = 2$

$y = 0$ සහ $y = 2$

$y = x$ සහ $y = 2$

$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ සැපයාම

$x = 0$ සහ $x = 2$

$y = 0$ සහ $y = 2$

$y = x$ සහ $y = 2$

$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ සැපයාම

$x = 0$ සහ $x = 2$

$y = 0$ සහ $y = 2$

$y = x$ සහ $y = 2$

$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ සැපයාම

$x = 0$ සහ $x = 2$

$y = 0$ සහ $y = 2$

$y = x$ සහ $y = 2$

$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ සැපයාම

$x = 0$ සහ $x = 2$

$y = 0$ සහ $y = 2$

$y = x$ සහ $y = 2$

$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ සැපයාම

$x = 0$ සහ $x = 2$

$y = 0$ සහ $y = 2$

$y = x$ සහ $y = 2$

$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ සැපයාම

$x = 0$ සහ $x = 2$

$y = 0$ සහ $y = 2$

$y = x$ සහ $y = 2$

$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ සැපයාම

$x = 0$ සහ $x = 2$

$y = 0$ සහ $y = 2$

$y = x$ සහ $y = 2$

$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ සැපයාම

$x = 0$ සහ $x = 2$

$y = 0$ සහ $y = 2$

$y = x$ සහ $y = 2$

$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ සැපයාම

$x = 0$ සහ $x = 2$

(14)-a

ඩී.ඩී. විභාග දෙපාර්තමේන්තුව

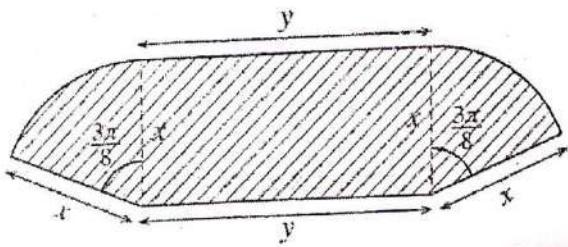
14.(a) $x \neq 0, 2$ නළහා $f(x) = \frac{4x+1}{x(x-2)}$ යුතු ගනිමු.

$x \neq 0, 2$ නළහා $f(x)$ හි වූපුලුපත්තාය, $f'(x)$ යන්න $f'(x) = -\frac{2(2x-1)(x+1)}{x^2(x-2)^2}$ මගින් දෙනු ලබන එහි පෙන්වීම්හි.

එහිදින්, $f(x)$ වැඩි වන ප්‍රාස්ථාර හා $f(x)$ අප්‍රාස්ථාර සොයන්න.

ඒසේ, $f(x)$ වැඩි වන ප්‍රාස්ථාර හා $f(x)$ අප්‍රාස්ථාර සොයන්න. ජේපරියෝන්මූල්, x -අන්කාඛ්‍යාච්‍යා හා ගැරම් ලක්ෂණ දක්වමින් $y = f(x)$ හි ප්‍රයෝගලයේ දැනු පටහනක් ඇතින් මෙම ප්‍රස්ථාරය භාවිතයෙන්, $f(x) + |f(x)| > 0$ අයතානානාව තාක්න කරන x හි පියලුම තාක්න්වීක අයත් පොයන්න.

(b) යාබද රුපගති අදාළ කළ S පෙනෙදින්
සුෂ්ප්‍රකෝෂප්‍රයකින් හා ග්‍රැහ්‍යයෙහි $\frac{3\pi}{8}$ තු
කොරයක් ආයාතනය කරන ප්‍රාස්ථාරයක
මෙන්ම දැක්වා දෙකනින් සම්මුළුවේ
කෙවත්තක් දැක්වේ. එහි මාන, මිටරවලින්,
රුපගති දක්වා ඇතු. S හි එරිගත්තය 36 m^2
විට ඇති. S හි පරිමිය p නියන්න $x > 0$
සඳහා $p = 2x + \frac{72}{x}$ මධ්‍යීන් දෙනු ලබන මට්ටම් ද.
 $x = 6$ මිට් පමණ වන මට්ටම ද පෙන්වන්න.



(a)

$$x \neq 0, 2, \text{ නළහා } f(x) = \frac{4x+1}{x(x-2)} \quad (1)$$

$$\text{එමිට, } f'(x) = \frac{\cancel{4x(x-2)} - (4x+1)(x-2+x)}{\cancel{x^2(x-2)^2}} \quad (2)$$

$$= -\frac{2(2x^2 + x - 1)}{x^2(x-2)^2}$$

$$= -\frac{2(2x-1)(x+1)}{x^2(x-2)^2}, \quad x \neq 0, 2 \text{ නළහා.}$$

5 මුද්‍රණය

25

ත්‍යාග්‍යාචික කොටස් සමාන කිරීම මගින්

$$\sqrt{2} \cos \frac{\pi}{12} = \frac{1+\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore \cos \frac{\pi}{12} = \frac{1+\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$$

5

05

(c)

$$n \in \mathbb{Z}^+ \text{ හා } \theta \neq 2k\pi \pm \frac{\pi}{2} \text{ යෙදායා }$$

Cos θ තැබ්දියා ඇත්තාවා

$$(1+i \tan \theta)^n = \frac{1}{\cos^n \theta} (\cos \theta + i \sin \theta)^n$$

5

$$= \sec^n \theta (\cos n\theta + i \sin n\theta)$$

1

5

10

$$(1-i \tan \theta)^n = (1+i \tan(-\theta))^n$$

$$= \sec^n(-\theta) [\cos n(-\theta) + i \sin n(-\theta)]$$

$$= \sec^n \theta (\cos n\theta - i \sin n\theta)$$

2

5

$$(1+i \tan \theta)^n + (1-i \tan \theta)^n = 2 \sec^n \theta \cos n\theta \text{ ඇත්තාවා.}$$

5

- 10

$$z = i \tan\left(\frac{\pi}{10}\right) \text{ මගින්}$$

$$(1+z)^{25} + (1-z)^{25} = \left(1+i \tan\left(\frac{\pi}{10}\right)\right)^{25} + \left(1-i \tan\left(\frac{\pi}{10}\right)\right)^{25}$$

$$= 2 \sec^{25}\left(\frac{\pi}{10}\right) \cos 25\left(\frac{\pi}{10}\right)$$

5

$$= 0, \text{ as } \cos 25\left(\frac{\pi}{10}\right) = \cos \frac{\pi}{2} = 0.$$

5

0 න්‍යා ප්‍රෙෂණය

10

Q. (a) 25, 10, 20, 20

(b) 10, 30, 05

(c) 10, 10, 10,

15.(a) සියලුම $x \in \mathbb{R}$ අදහා $x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 3x + 1 = A(x^2 + 1)^2 + Bx(x^2 + 1) + Cx^2$ වන පරිදි A, B හා C නියතයන් හි අගයන් සොයාන්න.

තේ නමින්, $\frac{x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 3x + 1}{x(x^2 + 1)^2}$ යන්න සින්න භාවිතින් ලියා දක්වා,

$$\int \frac{x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 3x + 1}{x(x^2 + 1)^2} dx \text{ සොයාන්න.}$$

(b) $I = \int_0^{\frac{1}{2}} \sin^{-1}(\sqrt{x}) dx$ යැයි ගනිමු. $I = \frac{\pi}{24} - \frac{1}{2} \int_0^{\frac{1}{2}} \sqrt{\frac{x}{1-x}} dx$ බව පෙන්වා ඒ නමින්, I අගයන්න.

(c) $\frac{d}{dx} \left(x \ln(x^2 + 1) + 2 \tan^{-1} x - 2x \right) = \ln(x^2 + 1)$ බව පෙන්වන්න.

තේ නමින්, $\int \ln(x^2 + 1) dx$ සොයා, $\int_0^1 \ln(x^2 + 1) dx = \frac{1}{2} (\ln 4 + \pi - 4)$ බව පෙන්වන්න.

a නියනයක් එහි $\int_0^a f(x) dx = \int_0^a f(a-x) dx$ ප්‍රකිරුව භාවිතයෙන්

$\int_0^1 \ln[(x^2 + 1)(x^2 - 2x + 2)] dx$ හි අගය අසායන්න.

(a)

$$\begin{aligned} x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 3x + 1 &= A(x^2 + 1)^2 + Bx(x^2 + 1) + Cx^2 \\ &= A(x^4 + 2x^2 + 1) + B(x^3 + x) + Cx^2 \end{aligned}$$

x හි බලවල සංග්‍රහක සැසැලු විට;

$$x^0 : 1 = A$$

$$x : 3 = B$$

$$x^2 : 4 = 2A+C$$

$$\cancel{5} + \cancel{5}$$

$$x^3 : 3 = B$$

$$x^4 : 1 = A$$

$$\therefore A = 1, B = 3 \text{ හා } C = 2.$$

5

15

X මා රු 50 මෙයි මා රු 925.

(15) - b

රිජයා ප්‍රෙම්ත්‍යා

ස්‍රී ලංකා විශාල දෙපාර්තමේන්තුව

A, B, C තේ මෝස මුද

මෙහෙයුම
(ABC නොමැති
මෙහෙයුම
@, S, Q, M)

$$\frac{x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 3x + 1}{x(x^2 + 1)^2} = \frac{1}{x} + \frac{3}{x^2 + 1} + \frac{2x}{(x^2 + 1)^2}$$

10

$$\int \frac{x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 3x + 1}{x(x^2 + 1)^2} dx = \int \frac{1}{x} dx + 3 \int \frac{1}{x^2 + 1} dx + 2 \int \frac{x}{(x^2 + 1)^2} dx.$$

5

* ABC එක්ස් 3 නො
මෙහෙයුම
@ - S, Q, MABC නොමැති නොමැති
මෙහෙයුම
Q, S, M

(b)

$$= \ln|x| + 3 \tan^{-1} x - \frac{1}{x^2 + 1} + E,$$

මෙහි E යනු අනිමත නියතයක් වේ.

ඉග්‍රෙස් නොමැති

35

$$I = \int_0^{\frac{1}{4}} \sin^{-1}(\sqrt{x}) dx$$

10

$$= x \sin^{-1}(\sqrt{x}) \Big|_0^{\frac{1}{4}} - \int_0^{\frac{1}{4}} x \frac{1}{\sqrt{1-x}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} dx.$$

ඇත්‍ය නිටුව
නොමැති

$$= \frac{1}{4} \cdot \frac{\pi}{6} - \frac{1}{2} \int_0^{\frac{1}{4}} \sqrt{\frac{x}{1-x}} dx$$

5

10

$$= \frac{\pi}{24} - \frac{1}{2} \int_0^{\frac{1}{4}} \sqrt{\frac{x}{1-x}} dx$$

5

20

x = sin θ නොමැති.

$$\sqrt{x} = \sin \theta \text{ යැයි ගනිමු. එවිට } dx = 2 \sin \theta \cos \theta d\theta$$

5

$$x = 0 \text{ විට } \theta = 0.$$

$$x = \frac{1}{4} \text{ විට } \theta = \frac{\pi}{6}$$

5

$$\int_0^{\frac{1}{4}} \sqrt{\frac{x}{1-x}} dx = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{\sin \theta}{\cos \theta} 2 \sin \theta \cos \theta d\theta$$

5

$$= \int_0^{\frac{\pi}{6}} (1 - \cos 2\theta) d\theta$$

5

$$= \left(\theta - \frac{1}{2} \sin 2\theta \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{6}}$$

5

$$= \frac{\pi}{6} - \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= \frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{4}$$

5

$$\therefore I = \frac{\pi}{24} - \frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{4} \right) = -\frac{\pi}{24} + \frac{\sqrt{3}}{8} = \frac{3\sqrt{3} - \pi}{24}$$

R

සඳු තුළ නො ඇති

5

35

(c)

$$\frac{d}{dx} (x \ln(x^2 + 1) + 2 \tan^{-1} x - 2x)$$

$$= x \left(\frac{1}{x^2 + 1} \right) (2x) + \ln(x^2 + 1) + \frac{2}{1+x^2} - 2$$

10

$$= \ln(x^2 + 1) + \frac{2x^2 + 2 - 2(1+x^2)}{1+x^2}$$

= 0

$$= \ln(x^2 + 1).$$

නැඳු තුළ නො ඇති

5

15

$$\int \ln(x^2 + 1) dx = x \ln(x^2 + 1) + 2 \tan^{-1} x - 2x + C, \text{ මෙහි } C \text{ යනු අනිමත තියතෙක් වේ. \quad R$$

5

$$\therefore \int_0^1 \ln(x^2 + 1) dx = \ln 2 + 2 \left(\frac{\pi}{4} \right) - 2 \quad 5$$

$$= \ln 2 + \frac{\pi}{2} - 2$$

$$= \frac{1}{2} (2 \ln 2 + \pi - 4)$$

$$= \frac{1}{2} (\ln 4 + \pi - 4)$$

නැඳු තුළ නො ඇති

5

15

(15)-c

ශ්‍රී ලංකා විශාල දෙපාර්තමේන්තුව

රූපය පෙනෙනුයි

$$\int_0^1 \ln[(x^2 + 1)(x^2 - 2x + 2)] dx$$

$$= \int_0^1 \ln(x^2 + 1) + \int_0^1 \ln(x^2 - 2x + 2) dx$$

ණය්, $\int_0^1 \ln(x^2 - 2x + 2) dx$

$$= \int_0^1 \ln((1-x)^2 - 2(1-x) + 2) dx$$

$$= \int_0^1 \ln(x^2 + 1) dx$$

$$\therefore \int_0^1 \ln[(x^2 + 1)(x^2 - 2x + 2)] dx = 2 \int_0^1 \ln(x^2 + 1) dx$$

$$= \ln 4 + \pi - 4$$

5

5

15

Q₁₅

(a) 15, 35

(b) 20, 35

(c) 15, 15, 15

16. $P \equiv (x_1, y_1)$ දී l යනු $ax + by + c = 0$ මගින් දෙනු ලබන කරල රේඛාව ද ගැයි ගනිමු. P ලක්ෂණය හරහා යන හා l ට ලම්බ දී රේඛාව මත මිනුම උක්ෂායක බණ්ඩාක $(x_1 + at, y_1 + bt)$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න:

මෙහි $t \in \mathbb{R}$ වේ.

P තිස්ව l ට ලම්බ දී $\frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ බව අප්‍රේගාය කරන්න.

1 යනු $x + y - 2 = 0$ කරල රේඛාව ගැයි ගනිමු. $A \equiv (0, 6)$ හා $B \equiv (3, -3)$ ලක්ෂණ l සි දෙපාඨ පිශිවන බව පෙන්වන්න.

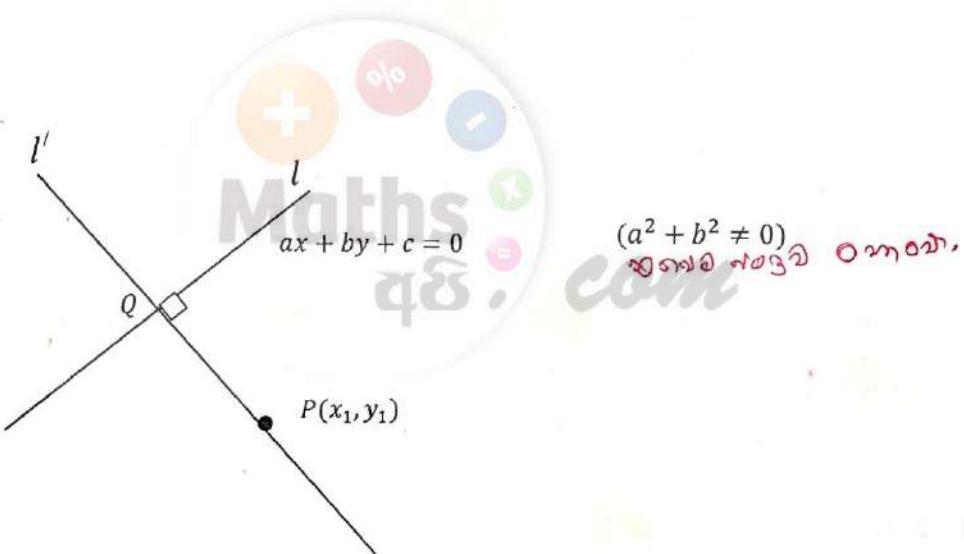
1 හා AB රේඛාව අතර සුළු පෙන්වන්න.

1 ප්‍රති කරනා, පිළිවෙළින් A හා B සෙක්දු සහිත S_1 හා S_2 වෙන්ත්වල සම්කරණ සොයන්න.

1 හා AB රේඛාවේ ජේදන උක්ෂාය C ගැයි ගනිමු. C සි බණ්ඩාක සොයන්න.

S_1 හා S_2 ව් C කරනා වූ අනෙක් පොදු ජ්‍යෙෂ්ඨ ස්ථානයේ සම්කරණය ද සොයන්න.

මුළු උක්ෂාය හරහා යන, S_1 සි පරිචිය සම්විම්ප්ද කරන හා S_2 ව් ප්‍රාලම්බ වෙන්නයේ සම්කරණය $3x^2 + 3y^2 - 38x - 22y = 0$ බව පෙන්වන්න.



l' සි සම්කරණය: $y - y_1 = \frac{b}{a} (x - x_1)$.

5

අනුකූල උග්‍රස

$$\therefore \frac{y - y_1}{b} = \frac{x - x_1}{a} = t \quad (\text{මෙය ගනිමු})$$

5

විශාලා

එමිට, $x = x_1 + at$, $y = y_1 + bt$

5

කුඩා උග්‍රස

($a = 0$ හා $b \neq 0$ හෝ $a \neq 0$ හා $b = 0$ විට ද මෙය වලංගු වේ.)

15

16

දීමා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව

l හා l' හි පේදනා උක්ෂ්‍යය $Q \equiv (x_2, y_2) \equiv (x_1 + at_1, y_1 + bt_1)$ යැයි ගනිමු.

Q, l මත බැලීන් $a(x_1 + at_1) + b(y_1 + bt_1) + c = 0$.

$$\therefore t_1 = -\frac{(ax_1 + by_1 + c)}{a^2 + b^2} \quad 5 \quad t_1 \text{ නොමැත}$$

P සිට l අමුණු දුරය $= PQ$

$$= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \quad 5 \quad 36 \text{ මීටර්}$$

$$= \sqrt{a^2 t_1^2 + b^2 t_1^2}$$

$$= \sqrt{a^2 + b^2} |t_1| \quad 5 \quad t_1 \text{ නොමැත}$$

$$= \sqrt{a^2 + b^2} \cdot \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{(a^2 + b^2)}$$

$$= \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \quad 5$$

20

$$\ell: x + y - 2 = 0$$

$$(0+6-2)(3-3-2) = -8 < 0$$

(5) නොමැත

5

$\therefore A$ හා B , ℓ හි දෙපස පිහිටයි.

~~5~~

10

$$AB$$
 හි අනුකූලය $= -3$

5

ℓ හා AB අතර සුළු කෝණය

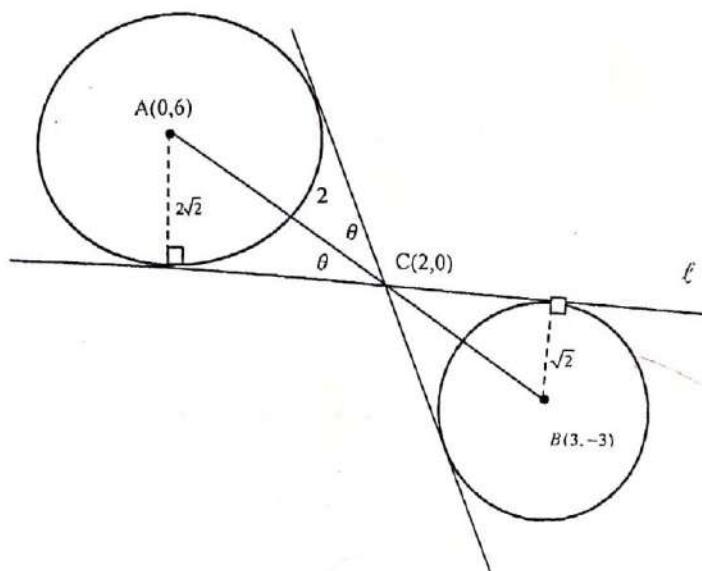
$$\tan \theta = \left| \frac{-1 - (-3)}{1 + (-1)(-3)} \right| \quad 5 \quad \text{ඉහැකුම තුළු යුතු }$$

$$\therefore \theta = \tan^{-1} \left(\frac{1}{2} \right)$$

5

15

මිශ්‍යම ටොරු රුප තිබුණු වාචක මාරුව
සෑම තොරු



$$S_1 \text{ හි } \text{අරය } = \frac{|0+6-2|}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2} \text{ හා } S_2 \text{ හි } \text{අරය } = \frac{|3-3-2|}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \text{ යේ.}$$

වෙනස් ප්‍රෙට්‍රොයිඩ්
0@0 උ.ඉ.භ

$$\therefore S_1 : x^2 + (y-6)^2 = 8$$

$$\text{එනම්, } x^2 + y^2 - 12y + 28 = 0.$$

$$S_2 : (x-3)^2 + (y+3)^2 = 2$$

$$\text{එනම්, } x^2 + y^2 - 6x + 6y + 16 = 0$$

30

$$AC : CB = 2\sqrt{2} : \sqrt{2} = 2 : 1$$

5 ඇගැන්ස් මිට්ට

$$\therefore C \equiv \left(\frac{6+0}{3}, \frac{-6+6}{3} \right) = (2,0)$$

5 + C නිල පිහාස් මිට්ට

වෙනස් ප්‍රෙට්‍රොයිඩ්
2 @ 10 ටරු, C මිට්ට

m යනු ඇනෙක් පොදු ස්ථානකයේ අනුතුමණය යැයි ගනීමු.

$$\therefore \tan \theta = \frac{1}{2} = \left| \frac{m - (-3)}{1 + m(-3)} \right|$$

$$\Leftrightarrow 1 - 3m = 2m + 6 \text{ හේ } 3m - 1 = 2m + 6$$

$$\Leftrightarrow m = -1 \text{ හේ } m = 7$$

$$\therefore m = 7.$$

5 ඇගැන්ස් උ.ඉ.භ

$$\therefore \text{අවශ්‍ය සම්කිරීණය වන්නේ } y - 0 = 7(x - 2).$$

5 ඇගැන්ස් ඇගැන්ස්

$$\text{එනම්, } 7x - y - 14 = 0.$$

25

16

රහස්‍ය පළේනයක්,

ශ්‍රී ලංකා විශාල දෙපාර්තමේන්තුව

$$S \equiv x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$$

S මූල ලක්ෂණය හරහා යන බැවින් $c = 0$.

5

S යන්න S_1 හි පරිධිය සමවිශේෂ කරන බැවින් පොදු ජ්‍යාය A හරහා යයි.

$$\text{පොදු ජ්‍යාය } W \text{ න්‍යුත් } S - S_1 \equiv 2gx + (2f + 12)y - 28 = 0 \quad 4$$

5

එම්බු අවබෝධනය න්‍යුත් $S - S_1 = 0$ මත බැවින්,

$$(2f + 12)(6) - 28 = 0. \quad 5 \quad \text{යුද්ධාන්ත}$$

$$(f + 6)(3) - 7 = 0, \quad \text{එම්බු } f = -\frac{11}{3}. \quad 5 \quad \text{සැකස්}$$

S යන්න S_2 ට ප්‍රාග්ධන බැවින්, $2g(-3) + 2f(3) = 0 + 16. \quad 5 \quad \text{යුද්ධාන්ත}$

$$\therefore -3g + 3\left(-\frac{11}{3}\right) = 8, \Rightarrow g = -\frac{19}{3}. \quad 5 \quad \text{ගැනීම්}$$

∴ අවබෝධනය වෙත්තයේ සම්කරණය;

$$x^2 + y^2 + 2\left(\frac{-19}{3}\right)x + 2\left(\frac{-11}{3}\right)y = 0 \quad 5 \quad \text{මාගු සඳහා තුළය}$$

එනම්, $3x^2 + 3y^2 - 38x - 22y = 0.$

35

Q16

15, 20, 10, 15, 30, 25, 35,

17. (a) $\cos A, \cos B, \sin A$ සහ $\sin B$ අපූරණෝ $\cos(A+B)$ හා $\cos(A-B)$ ලියා දක්වන්න.

$$\text{ජ්‍යාගැනීම්, } \cos C + \cos D = 2 \cos\left(\frac{C+D}{2}\right) \cos\left(\frac{C-D}{2}\right) \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

$$\cos C - \cos D = -2 \sin\left(\frac{C+D}{2}\right) \sin\left(\frac{C-D}{2}\right) \text{ බව } \underline{\text{අපෝහනය කරන්න.}}$$

$$\cos 9x + \cos 7x + \cot x (\cos 9x - \cos 7x) = 0 \text{ සූචිතරණය වියදැක්වන්න.}$$

(b) පුපුරුදු අක්කනයෙන්, ABC ත්‍රිකෝණයේ සඳහා කොසිඩ් තිබිය ප්‍රකාශ කර සාධනය කරන්න.

$$n \in \mathbb{Z} \text{ සඳහා } x \neq n\pi + \frac{\pi}{2} \text{ යැයි නෙතිම්. } \sin 2x = \frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x} \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

$$ABC \text{ ත්‍රිකෝණයක } AB = 20 \text{ cm, } BC = 10 \text{ cm හා } \sin 2B = \frac{24}{25} \text{ බව } \underline{\text{දී ඇත.}}$$

එමුණි වෙනස් ත්‍රිකෝණ දෙකක් තිබෙන බව පෙන්වා, ඒ එකක් සඳහා AC ති දි මෙයන්න.

$$(c) \sin^{-1} \left[(1 + e^{-2x})^{-\frac{1}{2}} \right] + \tan^{-1}(e^x) = \tan^{-1}(2) \text{ සූචිතරණය වියදැක්වන්න.}$$

(a)

$$\cos(A+B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B \longrightarrow ①$$

$$\cos(A-B) = \cos A \cos B + \sin A \sin B \longrightarrow ②$$

10

① + ②

$$\cos(A+B) + \cos(A-B) = 2 \cos A \cos B$$

5

$$A+B=C \text{ හා } A-B=D, \text{ ලෙස } \text{ගැනීමෙන් } A = \frac{C+D}{2}, B = \frac{C-D}{2} \text{ වේ.}$$

$$\therefore \cos C + \cos D = 2 \cos\left(\frac{C+D}{2}\right) \cos\left(\frac{C-D}{2}\right). \quad 5$$

10

$$\text{දැන්, } \cos C - \cos D = \cos C + \cos(\pi - D)$$

+ $\cos D - \cos(\pi - D)$ නිසිට
 $\cos(\pi - D)$ මුද්‍රාව
 $\sin(\pi - D)$ මුද්‍රාව
 $\cos(\pi - D) = -\cos D$

$$= 2 \cos\left(\frac{C+(\pi-D)}{2}\right) \cos\left(\frac{C-(\pi-D)}{2}\right)$$

$$= 2 \sin\left(\frac{D-C}{2}\right) \sin\left(\frac{C+D}{2}\right)$$

5

$$= -2 \sin\left(\frac{C-D}{2}\right) \sin\left(\frac{C+D}{2}\right).$$

10

(17)-b

රෝගී ප්‍රතිඵලියක්

ප්‍රාග්‍රහ විභාග දෙපාර්තමේන්තුව

$$\cos 9x + \cos 7x + \cot x (\cos 9x - \cos 7x) = 0$$

 $(\sin x \neq 0)$

$$\therefore 2\cos 8x \cos x + \frac{\cos x}{\sin x} (-2\sin 8x \sin x) = 0$$

අනුත්‍රීය ප්‍රතිඵලියක්

සුදුසා යොමු කළ තුළ නොමැත.

① නොමැත.

$$\therefore \cos x = 0 \text{ හේ } (\cos 8x - \sin 8x) = 0$$

$$\therefore \cos x = 0 \text{ හේ } \tan 8x = 1.$$

$$x = 2m\pi \pm \frac{\pi}{2}; m \in \mathbb{Z} \text{ හේ } 8x = n\pi + \frac{\pi}{4}; n \in \mathbb{Z}.$$

$$x = 2m\pi \pm \frac{\pi}{2}; m \in \mathbb{Z} \text{ හේ } x = \frac{n\pi}{8} + \frac{\pi}{32}; n \in \mathbb{Z}.$$

භාග්‍ය මුද්‍රා ප්‍රතිඵලියක්

5 5

20

m, n උතුවූ 8 න් මෙහෙයුම් ඉටුව ඇති නොමැත.

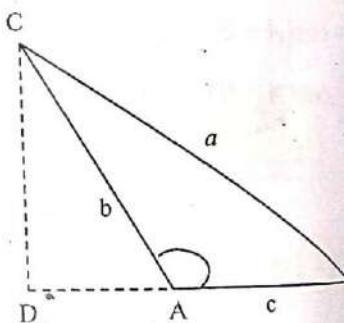
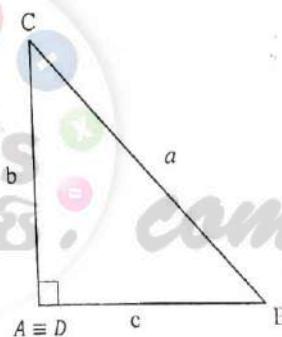
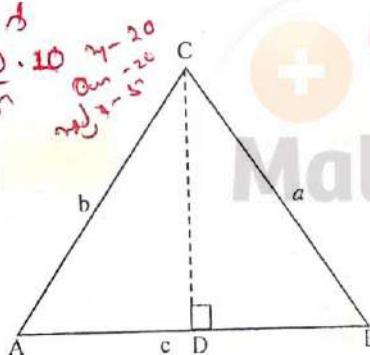
(b)

කේපයින් නීතිය: ABC ත්‍රිකේරුණයක් යැයි ගන්න

5

$$\text{එම්බ } a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A.$$

යොමු ජා
1 නො - ①. 10 නො - 20
2 - 5
3 - 5



පාඨනය: එම්බ පයිනගරස් ප්‍රම්‍රියයෙන්,

$$BC^2 = BD^2 + DC^2$$

1

5

(i) අවස්ථාව A පූර්ණ කේරුණයක් විට;

$$DC = b \sin A$$

$$DB = c - b \cos A$$

(ii) අවස්ථාව A මහා කේරුණයක් විට;

$$DC = b \sin(\pi - A) = b \sin A$$

$$DB = c + b \cos(\pi - A) = c - b \cos A$$

5

$$\therefore \text{මෙම අවස්ථා දෙකම සඳහා, } (1) \text{ මගින් } a^2 = b^2 \sin^2 A + (c - b \cos A)^2$$

$$= b^2 \sin^2 A + c^2 - 2bc \cos A + b^2 \cos^2 A$$

$$= b^2 + c^2 - 2bc \cos A \quad (\because \sin^2 A + \cos^2 A = 1)$$

$$A = \frac{\pi}{2} \text{ එවැනි, } \cos A = 0 \text{ බැවින් මෙම අවස්ථාව ද වලංගු වේ.}$$

5

30

$x \neq n\pi + \frac{\pi}{2}$ എഡി അനിഃ. ($\cos x \neq 0$)

$$\sin 2x = \frac{2 \sin x \cos x}{\cos^2 x} \times \cos^2 x$$

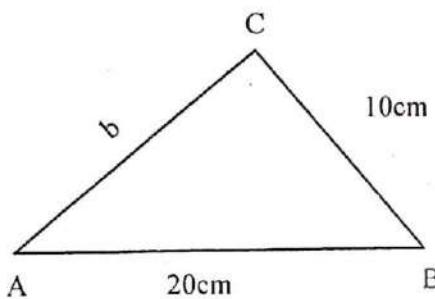
5

$$= \frac{2 \tan x}{\sec^2 x}$$

$$= \frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x}$$

5

10



$$\sin 2B = \frac{24}{25} \Rightarrow B \text{ සූල් කෝණයකි.}$$

$$\therefore \frac{2t}{1+t^2} = \frac{24}{25}, \text{ மேலே } t = \tan B$$

$$12t^2 - 25t + 12 = 0$$

$$(4t - 3)(3t - 4) = 0$$

$$t = \frac{3}{4} \text{ ගෙවී } \frac{4}{3}$$

$$5 + 5$$

உங்களில் பூஷி டி
 $\Delta 70^{\circ}$ C

13

$\therefore B$ සඳහා වෙනස් විසයුම් දෙකකි.

∴ එවැනි වෙනස් තිකෙය්න දෙකක් නිබේ.

B යනු පූර් කේතයකි. $\cos B = \frac{3}{5}$ හෝ $\cos B = \frac{4}{5}$

$$\cos B = \frac{3}{5} \text{ අව; } AC^2 = (20)^2 + 10^2 - 2(20)(10) \left(\frac{3}{5}\right) \Rightarrow AC = 2\sqrt{65} = \sqrt{260}$$

$$\cos B = \frac{4}{5} \text{ or } 80^\circ; AC^2 = (20)^2 + (10)^2 - 2(20)(10)\left(\frac{4}{5}\right) \Rightarrow AC = 6\sqrt{5}. \quad \boxed{5}$$

25

(c)

$\alpha = \sin^{-1}(1+e^{-2x})^{\frac{1}{2}}$ ആഡി തന്നെ. $(1+e^{-2x})^{\frac{1}{2}} > 0$ എന്ന് α സ്ഥലി ക്രേണ്ടു.

$$\text{则 } \sin \alpha = (1 + e^{-2x})^{-\frac{1}{2}} = \frac{e^x}{\sqrt{1 + (e^x)^2}}$$

$$\therefore \tan \alpha = e^x$$

1900
of m

10 - සාම්ප්‍රදායික ප්‍රතිඵල | පුරුෂ (සැප්තෝම්බර්) විභාගය - 2021 (2022) | අවසර දානයේදී ඇඟිල් තෙක්ස්

එම්බිට්, පෙන්න එහි සැමිකරණය $\alpha + \alpha = \lambda$ වේ.

$$\therefore \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} = \tan \lambda \quad (5)$$

$$\Rightarrow \frac{2e^x}{1 - e^{2x}} = 2 \quad (5)$$

$$\Rightarrow e^x = 1 - e^{2x}$$

$$\Rightarrow e^{2x} + e^x - 1 = 0$$

$$\Rightarrow e^x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2} \quad (5)$$

$e^x > 0$ බැවින්, $(-)$ ලකුණ ගත නොහැකි.

$$\therefore e^x = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \quad (5) \quad \text{නොහැකි}$$

$$\therefore x = \ln\left(\frac{\sqrt{5} - 1}{2}\right). \quad (5)$$

දෙන ලද සැමිකරණය මෙම x අගය තාප්ත කරයි.

35

Q17 - (a) $10, 10, 10, 20$

(b) $30, 10, 25,$

(c) $35,$

$$\sin \underbrace{(1+e^{-2x})}_{P}^{-\frac{1}{2}} + \tan^{-1} \underbrace{(e^x)}_{Q} = \underbrace{\tan^{-1} 2}_{R}$$

$$\sin \alpha = \underbrace{(1+e^{2x})}_{P}^{-\frac{1}{2}}$$

$$= \left(1 + \frac{1}{e^{2x}}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

$$\sin \alpha = \frac{\left(\frac{e^{2x}+1}{e^{2x}}\right)^{-\frac{1}{2}}}{\left(\frac{e}{e^{2x}}\right)}$$

$$\begin{aligned} \alpha + \beta &= \pi \\ \tan(\alpha + \beta) &= \tan \pi \\ \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} &= \tan \pi \end{aligned}$$

$$\frac{e^x + e^{-x}}{1 - e^{2x}} = 2$$

$$\sin \alpha = \left(1 + e^{-2x}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{(1+e^{-2x})}} \cdot \frac{e^x}{e^x} \quad t > 0$$

$$= \frac{e^x}{\sqrt{(1+e^{-2x})} e^{2x}}$$

$$= \frac{e^x}{\sqrt{e^{2x} + e^0}}$$

$$\sin \alpha = \frac{e^x}{\sqrt{e^{2x} + 1}}$$

$$\tan \beta = e^x \quad \text{tan } m = 2$$

$$\sin \alpha = \frac{e^{2x}}{1+e^{2x}}$$

$$\cos \alpha = \frac{1}{1+e^{2x}}$$

$$\tan \alpha = \sqrt{e^{2x}} \\ = e^x$$

$$2(e^x)^2 + 2e^x - 2 = 0$$

$$(e^x)^2 + e^x - 1 = 0 \Rightarrow e^x = t$$

$$t^2 + t - 1 = 0 \\ t = \frac{-1 \pm \sqrt{1-4(-1)}}{2}$$

$$t = -\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$t > 0 \quad t = \frac{\sqrt{5}-1}{2} - \frac{1}{2}$$

$$e^x = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$$

$$x = \ln\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right) //$$

$$2|n+2| + |m| \leq 4$$

$$2|n+1| + |m| \leq 2$$

$$2|n+1| \leq 2 - |m|$$

සිංහල ම සීම්කම ඇවිරේ.

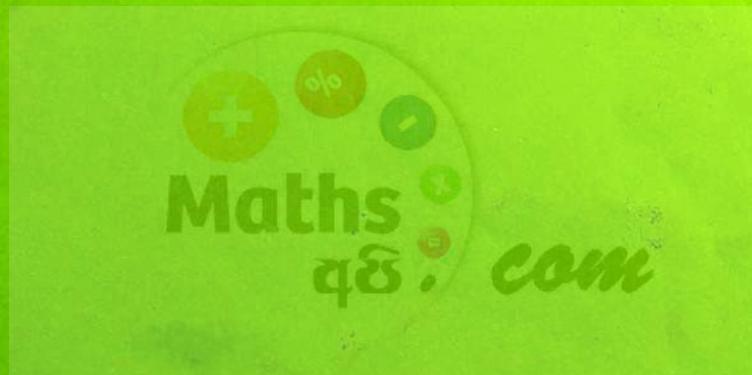
රහස්‍ය පුද්ගලික.



ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
අ.පො.ස. (උ.පෙළ) විභාගය - 2021 (2022)

10 - සංයුත්ත ගණිතය II

ලකුණු දීමේ පටිපාටිය

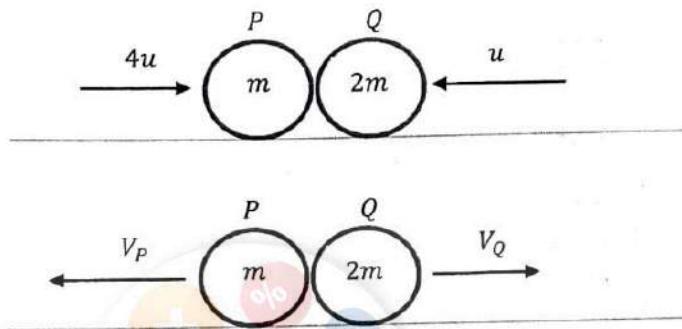
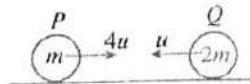


මෙය උත්තරපතු පරික්ෂකවරුන්ගේ ප්‍රයෝගනය සඳහා සකස් කෙරීමේ.
ප්‍රධාන / සහකාර පරික්ෂක රැසවීමේ දී ඉදිරිපත්වන අදාළ අනුව මෙයි වෙතස්කම් කරනු ලැබේ.

අවසන් සංයෝගිත ආකෘත්ත් කළ යුතුව ඇත.

1. ස්කන්ධය m වූ P අංශවලක් හා ස්කන්ධය $2m$ වූ Q අංශවලක් සුම්බ තිරය මෙහයක් මත එකම සරල ලේඛනය දීගෙන පිහිටිවෙළින් $4u$ හා ω වෙළිවෙළින් එකිනොක දෙසට විලනය වෙමින් සරල ලෙස ගැළවේ. P හා Q අතර ප්‍රතාපාති සංශෝධනය $\frac{4}{5}$ ලේ. ගැළුමෙන් පසු P හා Q අංශ එකිනොකට ප්‍රතිඵිරෝධ දිකාවලට විලනය වන බව පෙන්වන්න.

ගැළුමෙන් පසු P හා Q එකිනොකට α දුරකින් පිහිටීම සඳහා ගතවන කාලය සොයන්න.



$$\begin{aligned} \text{පද්ධතිය සඳහා } I &= \Delta(mV) \\ 0 &= (2mV_Q - mV_P) - (4mu - 2mu) \\ \Rightarrow 2V_Q - V_P &= 2u \end{aligned} \quad \begin{matrix} 5 \\ 1 \end{matrix}$$

$$P \text{ ହା } Q \text{ ଯାଇଲୁ } I = \Delta(mv)$$

ନୀର୍ବିଳନ୍ତେଣେ ପରିକ୍ଷାତ୍ସୂତ୍ରମକ ନିୟମଯନ୍,

$$V_Q + V_P = \frac{4}{5}(4u + u) \quad (5)$$

$$V_Q + V_P = 4u \quad \text{---} \quad 2$$

ନିର୍ବିନ୍ଦଗେ ପରିକ୍ଷାରୀତିକ
ନିଯମିତ

(1) + (2): $V_Q > 0 \Leftrightarrow V_P > 0$.

• P හා 0 ගැටුමෙන් පසු ප්‍රතිචිරුදීධ දියා වලට වලනය වේ.

$$V(P,Q) = V(P,E) + \underline{V}(E,Q)$$

$$= \overleftarrow{2u} + \overleftarrow{2u}$$

$$= 4u \quad \leftarrow$$

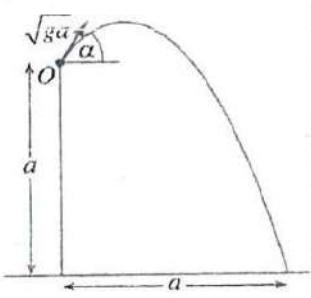
$$\text{ಅವರು ಕಾಲೆ } = \frac{a}{4u}. \quad 5$$

$V_p > 0$ හා $V_Q > 0$ ගෙනකම
සඳහා හෝ කුලය ප්‍රකාශන
සඳහා

நிலைம்.

25

2. රුපයේ දැක්වෙන පරිදි, කිරීත් ගෙවීමක සිට a පිරස් දුරකින් වූ O ලක්ෂණයක සිට \sqrt{ga} ආර්ථික ප්‍රමාණයකින් හා කිරීත් $\alpha \left(0 < \alpha < \frac{\pi}{2}\right)$ නොශකයකින් අංශුරින් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. අංශුව, O සිට a කිරීත් දුරකින් ගෙවීම හා ගැලීම. $\tan \alpha = 1 + \sqrt{2}$ බව පෙන්වන්න.



From O to A , $S = ut + \frac{1}{2}at^2$:

$$\rightarrow a = \sqrt{ga} \cos \alpha t \quad \dots \quad (1)$$

5

$$\rightarrow s = u + \frac{1}{2}at^2$$

$$\uparrow -a = \sqrt{ga} \sin \alpha t - \frac{1}{2}gt^2 \quad \dots \quad (2)$$

5

$$\uparrow s = u + \frac{1}{2}at^2$$

1 මගින්, $t = \frac{a}{\sqrt{ga} \cos \alpha}$.

2 මගින්, $-a = a \tan \alpha - \frac{1}{2}g \frac{a^2}{ga \cos^2(\alpha)}$.

$$\therefore -2 = 2 \tan \alpha - (1 + \tan^2 \alpha).$$

5

$\tan \alpha$ හි වර්ගඝ්‍ය ස්මේකරණය සහා

$$\text{අනම්, } \tan^2 \alpha - 2 \tan \alpha - 1 = 0.$$

$$\therefore \tan \alpha = \frac{-2 \pm \sqrt{4+4}}{2} = 1 \pm \sqrt{2}$$

5

± දෙකම

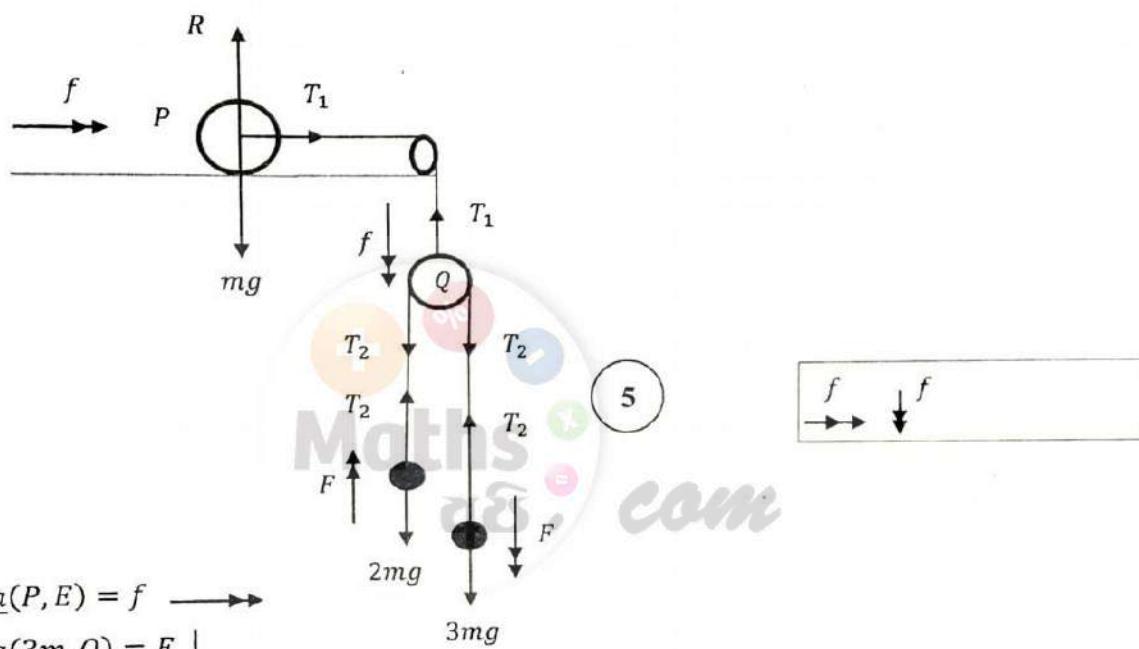
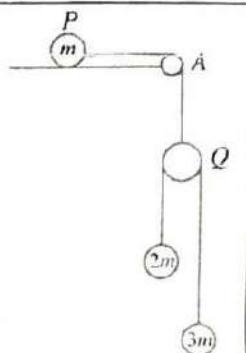
$$0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \text{ බැවින් } (-) \text{ ලක්ෂණ ගත තොහැක.}$$

$$\therefore \tan \alpha = 1 + \sqrt{2}.$$

5

නිවැරදි ලක්ෂණ නොරා ගැනීම

3. සුම්බ කිරේස මෙහයක් මත සකස්වීය යා වූ P අංශවලින් නො, එය මෙම අවස්ථා දාරයෙහි වූ A ලක්ෂණයකි ඇති අවල තුළ සුම්බ කිරේස මතින් යන සැහැල්ද අවශ්‍යතා තන්තුවක් මතින් සුම්බ සැහැල්ද Q කරපියකට අවබන්ප කර ඇත. R පැහැදිලි පෙන්නා ඇති පරිදි, Q කරපිය මතින් යන සැහැල්ද අවශ්‍යතා තන්තුවකින් දේකටරි 2 යා 3 යා වන අංශ යෙම්බන්ධ කර ඇත. අංශ යා තන්තු කිරේස තලයක පිහිටි. තන්තු තද්‍රි ඇතිව පද්ධතිය තිශ්වලුකාවයේ සිට මුද ගරුණ ලැබේ. Q හි තවරණය කිරීමට ප්‍රමාණවත් සැමිකරණ උබාගත්ත.



$$\begin{array}{ccc} \underline{a}(P, E) = f & \longrightarrow & \\ \underline{a}(3m, Q) = F & \downarrow & \end{array}$$

$$F = ma \quad \text{ଓয়েফ};$$

$$Q \quad \downarrow \quad 2T_2 - T_1 = 0 \quad 5$$

$$T_2 - 2mg = 2m(F - f)$$

$$3m \quad \downarrow \quad 3mg - T_2 = 3m(F + f) \quad 5$$

ଓহৰ


$$T_1 - 2mg - 3mg = 2m(f - F) - 3m(f + F)$$

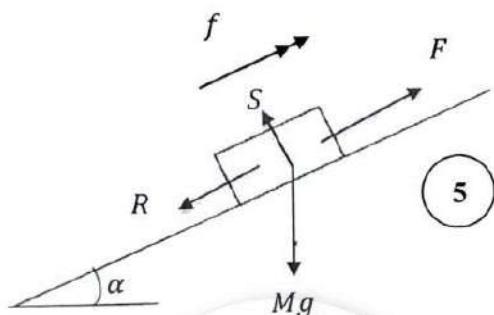
ප්‍රධාන: මිනුම ස්වායක්ත සමීකරණ 4කට

20

$$Q_1 2m \Rightarrow 2m \text{ დან } F = ma$$

25

4. ජ්‍යෙෂ්ඨය $M \text{ kg}$ වූ කාරුයන් කිරීමට $\sin^{-1}\left(\frac{1}{20}\right)$ හා ආනතියක් සහිත යැපු මාරුගයක් දිගේ ඉහළට තියෙ න්‍යුරෝපයනින් මෙන් කරනි. එහි එවිනයට $R \text{ N}$ නියන් ප්‍රකිරීයයන් ඇති. එහි මෙගය 36 km h^{-1} පිට 72 km h^{-1} දක්වා එයි කිරීමට කාරුය මෙන් කළ දුර 500 ගා ලේ. එහි මෙගය 54 km h^{-1} වන විටදී කාරුය යෙදු ජීව නිර්ණය කිරීමට ප්‍රමාණවන් සමිකරණ උස්‍යන්නා.



S ඇතිව නොමැතිව බල කොණු කිරීම සඳහා

$$\sin \alpha = \frac{1}{20}$$

$$\frac{36 \times 1000}{3600} = 10 \text{ ms}^{-1}$$

$$\frac{72 \times 1000}{3600} = 20 \text{ ms}^{-1}$$

$$\frac{54 \times 1000}{3600} = 15 \text{ ms}^{-1}$$

5

වේග තුළනාමේ පරිවර්තන සඳහා

$$\vec{v}^2 = u^2 + 2as:$$

$$20^2 = 10^2 + 2f(500)$$

5

$$\vec{v}^2 = u^2 + 2as \quad \text{යෙදීම}$$

$$f = \frac{150}{500} = \frac{3}{10} \text{ ms}^{-2}$$

$$\vec{F} = m\vec{a}:$$

$$F - R - Mg \sin \alpha = Mf$$

5

$$\vec{F} = m\vec{a} \quad \text{යෙදීම}$$

$$P = F \cdot V$$

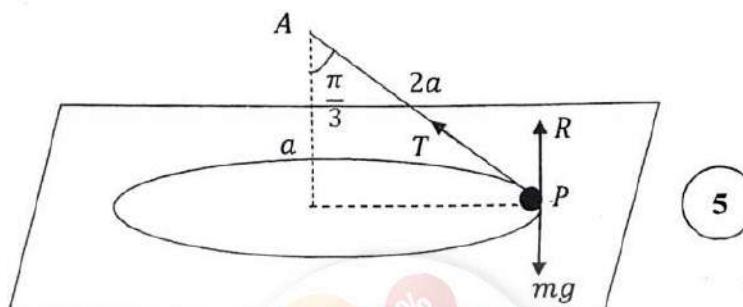
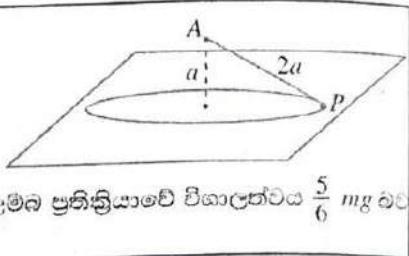
$$= F \cdot 15$$

5

$$P = F \cdot 15 \quad \text{යෙදීම}$$

25

5. දී ඇත් යුතු අවිනාශ තැන්තුමක එක කෙළවරක් සුම්ම නිර්ණ මෙසයන සිට a පිරිස් දුරුන් ඉහළින් වූ A අවල නොමැතියකට ඇදා ඇත. තැන්තුවේ අභාස් කෙළවරට ඇදා ඇති යේන්තය මූලික ප්‍රාග්ධනය සුම්ම නැතුව තුළට ඇතිව $\sqrt{\frac{ga}{2}}$ උගාමාර මේගයෙන් නිර්යා වින්තයක මේය මෙන්ම මිනින්ද විලුණු මේ ප්‍රාග්ධනය සුම්ම නැතුව ඇතිව ඇතිව $\frac{5}{6} mg$ මේ ප්‍රාග්ධනයේ.



5

බල සඳහා $mg/R/T$ ප්‍රාග්ධන

$$\underline{F} = m\underline{a} \text{ වෙදීමෙන්:}$$

$$\leftarrow T \sin \frac{\pi}{3} = m \cdot \frac{ga}{2(2a \sin \frac{\pi}{3})}$$

5

$$\underline{F} = m\underline{a} \leftarrow$$

$$\therefore T = \frac{mg}{3}.$$

5

$$T = \frac{mg}{3} \text{ නිවීම}$$

$$\uparrow R - mg + T \cos \frac{\pi}{3} = 0$$

5

$$\underline{F} = m\underline{a} \uparrow$$

$$\therefore R = mg - \frac{mg}{6}$$

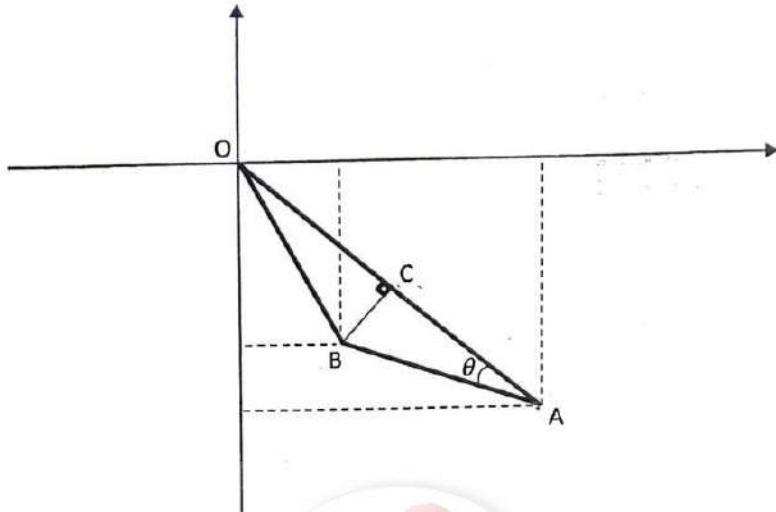
$$= \frac{5}{6} mg$$

5

පිළිතුර සඳහා පියවර

25

6. සුපුරුදු ආකෘතියෙන්, O අවල මූලයකට අනුබෑධවයෙන් A හා B උත්තර දෙකන පිහිටුව ගෙවීම පිළිගෙනි. $2\mathbf{i} - 3\mathbf{j}$ හා $\mathbf{i} - 2\mathbf{j}$ මේ, $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{AB}$ හාවිතයෙන්, OAB සොයන්න. C යනු OA මත $O\hat{C}B = \frac{\pi}{2}$ මත පරිදි තුළ දැක්ෂාය යැයි ගෙනි. \overrightarrow{OC} සොයන්න.



$$\overrightarrow{OA} = 2\mathbf{i} - 3\mathbf{j} \text{ හා } \overrightarrow{OB} = \mathbf{i} - 2\mathbf{j}$$

$$\therefore \overrightarrow{AO} = -2\mathbf{i} + 3\mathbf{j} \text{ හා }$$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AB} &= (\mathbf{i} - 2\mathbf{j}) - (2\mathbf{i} - 3\mathbf{j}) \quad (5) \\ &= -\mathbf{i} + \mathbf{j} \end{aligned}$$

$$\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{AB} = |\overrightarrow{AO}| |\overrightarrow{AB}| \cos \theta \quad (5)$$

$$2 + 3 = \sqrt{13}\sqrt{2} \cos \theta$$

$$\therefore \cos \theta = \frac{5}{\sqrt{26}} \quad (5)$$

$$\therefore \theta = \cos^{-1} \left(\frac{5}{\sqrt{26}} \right)$$

$$\overrightarrow{OC} = \lambda \overrightarrow{OA}, \text{ මෙහි } \lambda \in \mathbb{R}, \text{ හා } \overrightarrow{CB} = (\mathbf{i} - 2\mathbf{j}) - \lambda(2\mathbf{i} - 3\mathbf{j})$$

$$\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{CB} = 0 \text{ gives as } 2(1 - 2\lambda) - 3(-2 + 3\lambda) = 0 \quad (5)$$

$$\therefore \lambda = \frac{8}{13} \quad (5)$$

$$\text{සෑ } \overrightarrow{OC} = \frac{8}{13} (2\mathbf{i} - 3\mathbf{j})$$

i හා j ඇසුරෙන් \overrightarrow{AB}

$\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{AB}$ අරම දැක්වීම
හෝ තුළ ප්‍රකාශනයකට

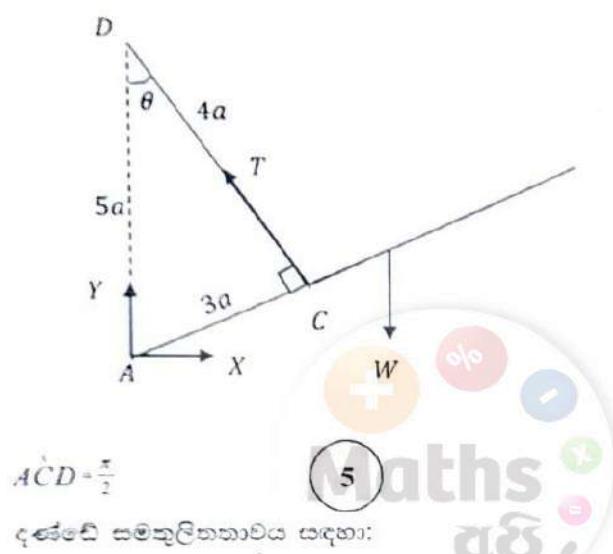
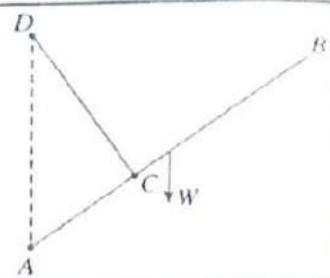
$\cos \theta = \frac{5}{\sqrt{26}}$ කිවීම

තින් ඉශීනය හාවිතයෙන්
 $\hat{O}CB = \frac{\pi}{2}$ අවශ්‍යකාවයට

λ හි අගය හෝ තුළ ප්‍රකාශනයකට

25

7. දීප් තිබූ ව්‍යුහයේ AB රේඛාවකරුණින්, එහි A පොළවර නිවැරදි උක්ෂයකට ප්‍රශ්න ඇදා අවබි කෘත ඇත. දීප් $4a$ යුතු යැයුලුදු අවිත්තාව භාවිතුණා එක් ගොඩුවක් දක්වා ඇත $AC = 3a$ එහි ආස්ථියේ C උක්ෂයට ගැනී ඇති අනරුධා පොළවර නිවැරදි පොළවර A ට පිරිස්ථ ඉහළින් $AD = 5a$ එහි ප්‍රශ්න D අවබි උක්ෂයකට ඇදා ඇත (යුළු බලන්න). දක්වා ගොඩුවකාව්‍ය පාඨම්. භාවිතුවා ආන්තියා $\frac{16}{15}W$ වල පෙන්වන්න.



5

බල සඳහා ප්‍රෙශ්‍ය මුද්‍රණය

$$\angle ACD = \frac{\pi}{2}$$

දැන්මේ පමණුලිතකාවය යදහා:

$$A \curvearrowright W \times 4a \cos \theta - T \times 3a = 0 \quad 5$$

$$\angle ACD = \frac{\pi}{2}; \text{ නිවේම}$$

 T සෙවීමට ප්‍රමාණවත් යම්කරණයක් සඳහා

$$\therefore T = \frac{4W}{3} \cos \theta$$

$$= \frac{4W}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{16W}{15}$$

5

පිළිඳුර සඳහා පියවර

$$\rightarrow X = T \sin \theta$$

$$= \frac{16W}{15} \times \frac{3}{5}$$

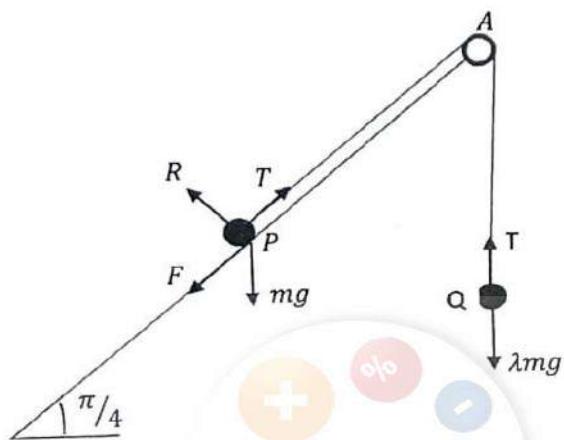
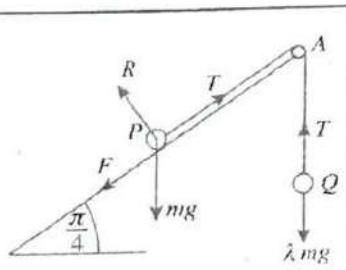
$$= \frac{16W}{25}$$

5

$$\frac{16W}{25} \text{ නිවේම}$$

25

8. හිරපට $\frac{\pi}{4}$ නොවුයෙන් ආහාර රූ කළයුත් මත දේහත්සිය P අඟුවක් තබා ඇතු. රුපයෙහි ද්‍රව්‍ය ඇති පරිදි, ආහාර තලයේ අරයට A හි ද සරීරය ඇති අපල තුළ තුළ ප්‍රමාණ තැව්‍යයක් මතින් යන පැහැදිලි අවශ්‍ය පාන්දුවක තෝ ලකුලුවරක් P අංගුවට ද අනෙක් කෙළුවර දේහත්සිය Q ඇතුවකට ද ඇදා ඇතු. P අංගුව හා ආහාර තලය අතර සරීරය පාඨුකාය $\frac{1}{2}$ වේ. PA රේඛාව, ආහාර තලයේ උපරිම බැඩිම රේඛාවක් මත අන්දුවකට තැබ්ව ඇති ප්‍රමාණ P හා Q අංගු දෙක පමණියානාවයේ පවතී.



For the equilibrium:

 A diagram showing a ball on an incline plane. The ball is at the top of the incline, which makes an angle of $\frac{\pi}{4}$ with the horizontal. A vertical dashed line extends from the ball down to the incline. A horizontal dashed line extends from the ball to the right. A vector labeled R points vertically upwards along the vertical dashed line. A vector labeled mg points vertically downwards along the horizontal dashed line.

$$R - mg \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0 \quad (5)$$

$$\therefore R = \frac{mg}{\sqrt{2}}$$

R හි අයය ලබා ගැනීමට
සම්කරණයක් සඳහා

$$\therefore T = \lambda mg$$

T-හි අගය ලබා ගැනීමට
සුමිකරණයක් සඳහා

$$\therefore F = \lambda mg - \frac{mg}{\sqrt{2}} = \frac{mg}{\sqrt{2}}(\sqrt{2}\lambda - 1)$$

F හි අගය ලබා ගැනීමට
සුල්කරණයක් සඳහා

$$P \text{ හි } \frac{1}{2} \geq \frac{|F|}{R} \quad (5)$$

ଲିସ୍‌ସା ନୋୟେମିତ, ମାପୁଙ୍କଦ
ଅଣିତ ଫୁଲରୁଷନୀଲିଯାତ

$$\therefore |\sqrt{2}\lambda - 1| \leq$$

ପିଲିତର ଦେଖା ପିଯାଳର

$$\therefore \frac{1}{2\sqrt{2}} \leq \lambda \leq \frac{3}{2\sqrt{2}} \quad \text{5}$$

25

9. A හා B යනු ම නීයැදි අවකාශයක ස්ථානයෙහි සිද්ධි දෙකක් ඇයි ගනිමු. පූජරදු අංකනයෙන්, $P(A) = \frac{1}{5}$ හා $P(B) = \frac{3}{4}$ බව දී ඇත. $P(A \cup B)$, $P(A | A \cup B)$ හා $P(B | A')$ සෙයන්හි; මෙහි A' මගින් A හි අනුපූරුණ සිද්ධිය දැක්වේ.

$$P(A) = \frac{1}{5}, P(B) = \frac{3}{4}$$

A හා B ස්ථානයන්හි නිසා,

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

5

ස්ථානයන්හි

ස්ථානයන්හි සඳහා
අවශ්‍යතාවය

$$= \frac{3}{20}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

5

ස්ථානයන්හි

$P(A \cup B)$ සඳහා සම්කරණය

$$= \frac{1}{5} + \frac{3}{4} - \frac{3}{20} = \frac{4}{5}$$

$$P(A | A \cup B) = \frac{P(A \cap (A \cup B))}{P(A \cup B)} = \frac{P(A)}{P(A \cup B)} = \frac{1/5}{4/5} = \frac{1}{4}$$

5

$\frac{1}{4}$ හෝ කුලය ප්‍රකාශනයකට

$$P(B | A') = \frac{P(B \cap A')}{P(A')}$$

$$P(B \cap A') = P(B) - P(A \cap B) = \frac{3}{4} - \frac{3}{20} = \frac{3}{5}$$

5

$\frac{3}{5}$ හෝ කුලය ප්‍රකාශනයකට

$$\left(\boxed{\text{හෝ}} P(B \cap A') = P(B) \cdot P(A') = \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} = \frac{3}{5} \right)$$

$$P(B | A') = \frac{3/5}{4/5} = \frac{3}{4}$$

5

$\frac{3}{4}$ හෝ කුලය ප්‍රකාශනයකට

25

10. ඔහා නිවිලුමය නිරික්ෂණ පහක කුලකයන මධ්‍යන්තය 6 දී පරාජය 10 දී චේ. එයට මාත්‍යන් දෙකක් ඇතුළු. ඔබන්ස්පේය, මාත්‍යන්ගෙන් වෙනත් ටේ නම්, නිරික්ෂණ පහ ගොන්නා.

සංඛ්‍යා ආරෝහණ පිළිවෙළට යැයි ගතිමු.

$$a, a, b, c, c$$

පරාජය 10 නිසා $c - a = 10$.

5

පරාජය සඳහා අවග්‍යනාවය

$$\therefore c = a + 10 \quad \text{---(1)}$$

$$\text{මධ්‍යන්තය } 6 \text{ නිසා, } \frac{2a+b+2c}{5} = 6. \quad \text{---(2)}$$

5

මෙය සඳහා හෝ කුලස ප්‍රකාශනයකට

$$(1) \text{ හා } (2) \text{ මගින් } 4a + b + 20 = 30$$

$$\text{එනම්, } 4a + b = 10 \quad \text{---(3)}$$

5

නිරික්ෂණ නිර්ණය කිරීම
සඳහා සම්කරණයකට

a හා b මිනින් නිවිල නිසා,

එවිට, (3) මගින් $4a \leq 9$ හා

a සඳහා ගත හැකි අගයන් 1 හා 2 ලැබේ.

$a = 1$ නම්, එවිට $b = 6$.

මධ්‍යන්තය
 $a = 2$ නම් එවිට, $b = 2$, හා මධ්‍යන්තය, මාත්‍යන්ගෙන් වෙනත් නිසා මෙය විය තොහැකි.

5

මධ්‍යන්තය ≠ මාත්‍යන්
යෙදීමට

\therefore සංඛ්‍යා $1, 1, 6, 11, 11$ වේ.

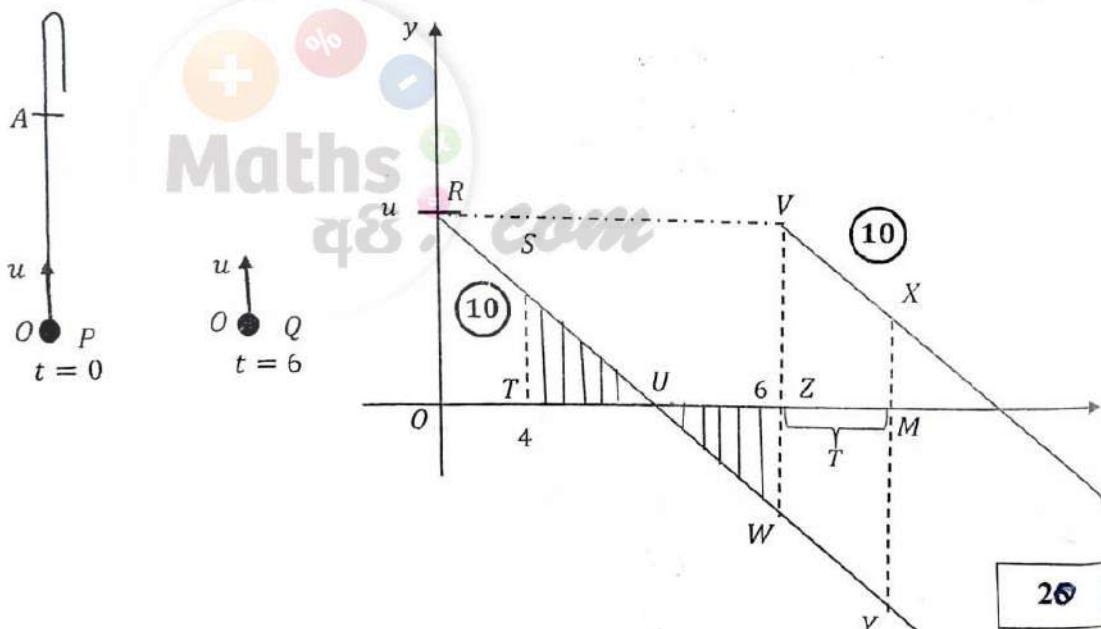
5

$1, 1, 6, 11, 11$ නිවේම.

25

11. (a) P අංකුවක O ලක්ෂණයක සිට සිරස්ව උඩු අනුව $u \text{ m s}^{-1}$ ප්‍රවේශයකින් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබ තුළපර 4 කට පසුව A ලක්ෂණයක් වෙත ලැබා වන අතර, තවත් තත්පර 2 කට පසුව නැවත A වෙත පැමිණෙයි. P අංකුව දෙවෑනාවට A ති ඇති මොහොම්බේ තවත් Q අංකුවක O සිට සිරස්ව උඩු අනුව එම $u \text{ m s}^{-1}$ ප්‍රවේශයක් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. එකම රුපසටහනක, P හා Q හි විෂාල සාදා ප්‍රවේශ-කාල ප්‍රස්ථාරවල දළ සටහන් ඇඟින්න.
- එහින්, g ඇපුලුවන් u හි අභියා ඕ තැන් ඕ උඩු ඕ, P සමඟ ගැටීමට Q ගන්නා කාලය ද් සොයන්න.
- (b) S නැවත් පොලුවට සාර්ථකව $u \text{ km h}^{-1}$ ඒකාකාර චේගයෙන් උඩුරු දෙසට යානු කරයි. එක්නරු මොහොම්බයි, S විෂාල $d \text{ km}$ දුරක් නැගෙනහිරින් P බෙස්වුවක් පිහිටා අතර S විෂාල $\sqrt{3}d \text{ km}$ දුරක් දෙනු ලැබේ වෙනත් Q බෙස්වුවක් පිහිටා ඇති. P බෙස්වුව, පොලුවට සාර්ථකව $2u \text{ km h}^{-1}$ ක් ඒකාකාර චේගයෙන් සරල උඩු පෙනෙනු, S අල්ලා ගැනීමේ අපේක්ෂාවෙන් ගෙන් කරන අතර Q බෙස්වුව පොලුවට සාර්ථකව $3u \text{ km h}^{-1}$ ඒකාකාර චේගයෙන් සරල උඩු පෙනෙනු පෙනෙන P අල්ලා ගැනීමේ අපේක්ෂාවෙන් ගෙන් කරයි.
- P බෙස්වුවට, S නැව අල්ලා ගැනීමට ගෙවීන කාලය $\frac{d}{\sqrt{3}u} \text{ h}$ බව ද.
 - Q බෙස්වුව P බෙස්වුව අල්ලා ගැනීමට පෙර P බෙස්වුව S නැව අල්ලා ගන්නා බව ද පෙන්වන්න.

(a)



STU ත්‍රිකේරීයයේ වර්ගත්ලය = UZW ත්‍රිකේරීයනයේ වර්ගත්ලය නිසා

$$TU = UZ.$$

$$TZ = 2 \Rightarrow TU = 1. \quad (5)$$

$$\therefore OU = 5. \quad (5)$$

$$ROU \text{ நிகேல்யென் } g = \frac{u}{5}$$

$$\therefore u = 5g. \quad (5)$$

$$STU \text{ நிகேல்யென், } g = \frac{ST}{1} = ST. \quad (5)$$

OA கீழ் எல்லை = $ORST$ கீழ் எல்லை

$$= \frac{1}{2}(OR + ST) \times OT \quad (5)$$

$$= \frac{1}{2}(u + g) \times 4 \quad (5)$$

$$= \frac{1}{2} \times 6g \times 4$$

$$= 12g \quad (5)$$

P கீழ் எல்லை மூலம் Q கீழ்க்காணும் காலை T கீடி கொடுக்கப்படுகிறது.

$$OA = VZMX \text{ எல்லை} + WZMY \text{ எல்லை}$$

$$= VWYX \text{ எல்லை} \quad (10)$$

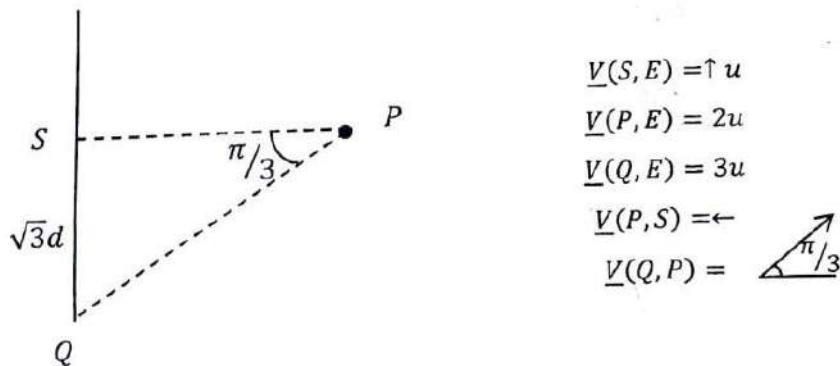
$$= \frac{1}{2}(VW + XT) \times ZM$$

$$\therefore 12g = \frac{1}{2}(6g + 6g) \times T \quad (10)$$

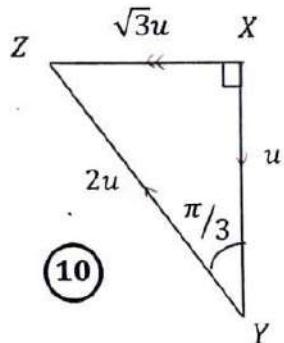
$$\therefore T = 2 \text{ sec.} \quad (5)$$

60

(b)



(i)



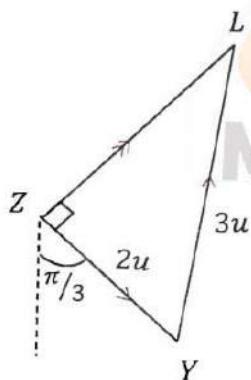
$$\begin{aligned}\underline{V}(P, S) &= \underline{V}(P, E) + \underline{V}(E, S) \\&= \underline{V}(E, S) + \underline{V}(P, E) \\&= \overrightarrow{XY} + \overrightarrow{YZ} \\&= \overrightarrow{XZ}\end{aligned}$$

$$\text{අවශ්‍ය කාලය} = \frac{d}{xz} = \frac{d}{\sqrt{3}u} h.$$

25

ଶ୍ରୀମତୀ କନ୍ଦୁଲୀ ପାତ୍ରାନ୍ତିକ । ୧୦ ଟଙ୍କା ହିଁ ପରିବାର ।

(ii)



$$\begin{aligned}\underline{V}(Q, P) &= \underline{V}(Q, E) + \underline{V}(E, P) \\ &= \underline{V}(E, P) + \underline{V}(Q, E) \\ &= \overrightarrow{ZY} + \overrightarrow{YL} \\ &= \overrightarrow{ZL}\end{aligned}$$

$$\textcircled{5} + \textcircled{5}$$

$$ZL = \sqrt{(3u)^2 - (2u)^2} = \sqrt{5}u \quad \text{5}$$

P හමුවීමට Q ගන්නා කාලය t_2 යැයි ගනිමු.

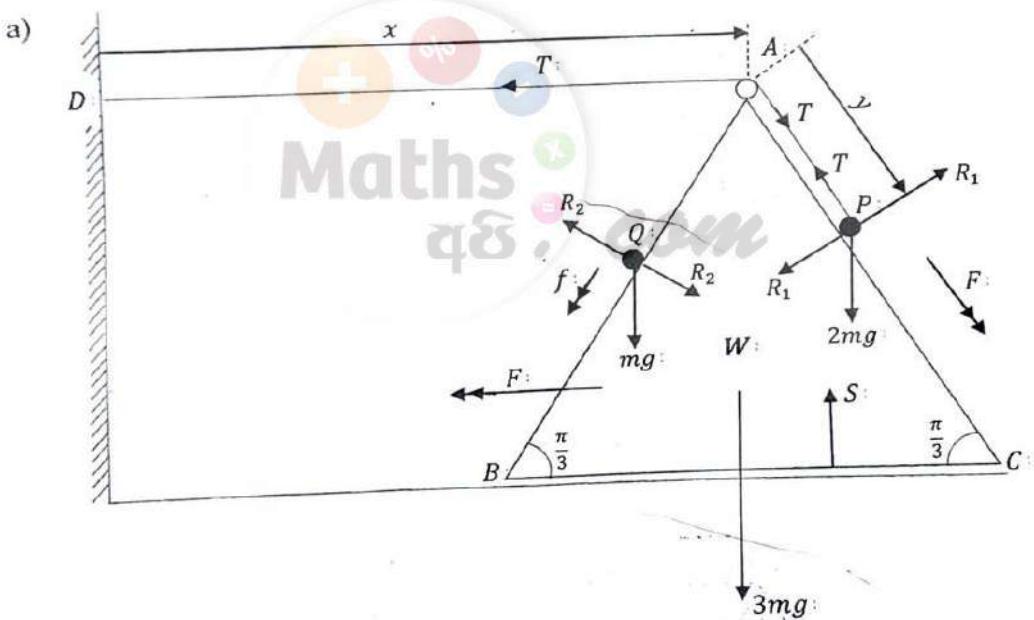
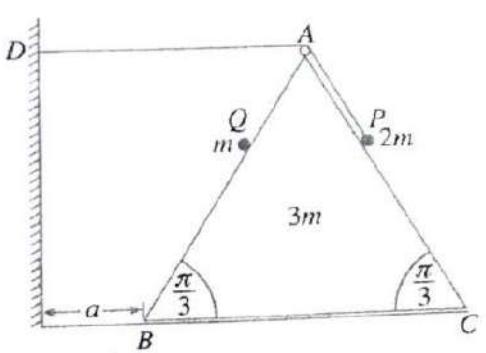
$$\text{అట్లింది, } t_2 = \frac{\sqrt{3} d \sec(\pi/6)}{\sqrt{5} u}$$

$$= \frac{2d}{\sqrt{5}u} h. \quad (10)$$

$$\therefore t_1 < t_2. \quad \text{10}$$

45

12. (a) රුපයෙහි ABC තමයාද හිශක්සුවය, $AB = BC = AC = 6a$ ද වන, BC අඩංගු මූලුණුන් සුමට හිරස් ගෙවීමක් මත තබන ලද උකනයය 3m වන සුමට එකාකාර කුණ්ඩායක මුදුන්ට පෙන්වය ඇඟිල් තු සිරස් හරස්කාඩ වේ. AB හා AC රේඛා, රේඛා අඩංගු මූලුණුන්වල උපරිම බැඳුම් රේඛා වේ. D උක්ෂයය, AD හිරස් වන පරිදි ABC තලයෙහි කුණ්ඩායකි. B උක්ෂයෙහි සිට a දුරක්න් සු සිරස් විනිශ්චිය මත සු අවල උක්ෂයයකි. A හි පරිනාර ඇති කුඩා සුමට තැව්පියක් මතින් යන දි තු 5a සු පැහැල්පු අවිනාශ නන්දුවින රේ ආක්ෂාලවරක් AC මත තැබු උකනයය 2m සු P අංශුවකට ඇදා ඇති අතර අනෙක් සෙළවර ඩින්නිය මත සු අවල D උක්ෂයට සැවිකර ඇත. උකනයය 3m වන AB මත අල්වා තබා ඇත. රුපයේ දැක්වෙන පරිදි, $AP = AQ = a$ ලෙස ඇතිව, රාඛනිය තිශ්විලකාවයෙක් මුදා හරිනු ලැබේ. කුණ්ඩාය සින්නියෙහි ගැලවන මොළානුමෙහිදී කුණ්ඩායට සාපේශකව ඉ සි ප්‍රාථිය හිරස් සිරීමට ප්‍රමාණවන් ප්‍රමාණවන් ලබාගන්න.



$x + y =$ නියතයකි

5

$$\therefore \ddot{x} + \dot{y} = 0. \quad (1)$$

5

$a(W, E) = F$ ↔ യൈറ്റ് ഫെംബ്ര.

$$\therefore g(P, W) = F \Leftrightarrow ((1) \text{ പറിപ്പ്}) \quad (5)$$

$$a(Q, W) = f \quad \not\Leftarrow \quad \text{യൈ തനിമി.}$$

$F = m\alpha$ යෙදීමෙන්:

$$\textcircled{P} \quad 2mg \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) - T = 2m(F - F \cos\left(\frac{\pi}{3}\right)) \quad \textcircled{5} \quad (\text{වරණ සඳහා})$$

$$\textcircled{Q} \quad mg \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = m(f + F \cos\left(\frac{\pi}{3}\right)) \quad \textcircled{5} \quad (\text{සම්කරණයට})$$

 $(P, Q$ හා W) පදනම් සඳහා,

$$T = 3mF + 2m(F - F \cos\left(\frac{\pi}{3}\right)) + m(F + f \cos\left(\frac{\pi}{3}\right)) \quad \textcircled{5} \quad (\text{සම්කරණයට})$$

 $S = ut + \frac{1}{2}at^2$ යෙදීමෙන්:

$$\textcircled{W} \quad a = \frac{1}{2}Ft^2 \quad \textcircled{5}$$

Maths.com

 α, v සුලුව $v = u + at$ යෙදීමෙන්:

$$v = ft \quad \textcircled{5}$$

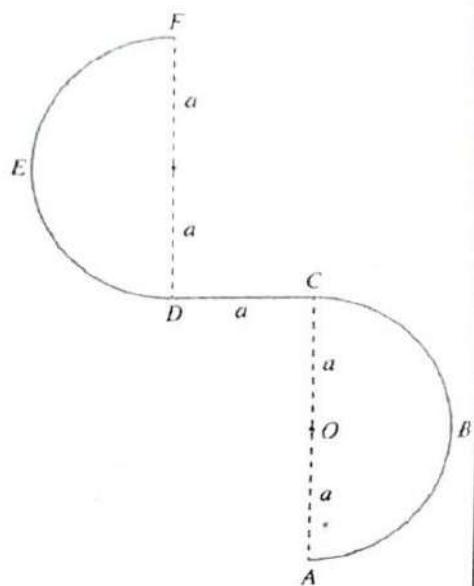
80

වෙත තුළ ඇත්තා යුතු ආකෘතිය මූල්‍ය නො සැලැක කළ යුතුය.

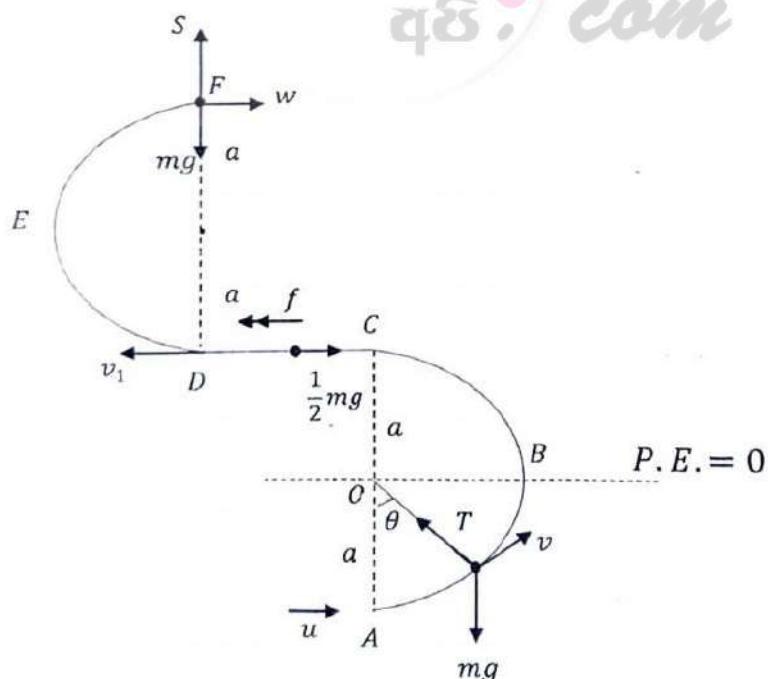
වෙත තුළ ඇත්තා යුතු ආකෘතිය මූල්‍ය නො සැලැක කළ යුතුය.

(b) රුහුණේදුප්පේලිභා පරිශ්‍යා ABCDEF ඇති කළුම්පියේ නුගෙනු දැඩි යාර දැඩි. ABC නොවීය, නොවායි ඕනෑදු මූලික අරඹ වෘත්ත්‍යාකාර කළුම්පියක් නේ. CD නොවීය, දිග මුදු ඇති ට තීංස් කළුම්පියක් නේ. DEF නොවීය දැඩි ඇති පුහුම් අරඹ වෘත්ත්‍යාකාර කළුම්පියක් නේ. AC හා DF විෂ්කම්භ පිරිදි නේ. යොඩ්ඩය m දී ඇඩු ප්‍රමුඛ්‍යා ප්‍රමුඛ්‍යා P ප්‍රමුඛ්‍යා A නේ කළ කිරීදව $\mu > 3\sqrt{ag}$ ප්‍රමුඛ්‍යා දෙනු ලබන අතර එය කළුම්පිය දිග්‍ය විශ්වාස ආර්ථික යාරයි. ප්‍රමුඛ්‍යා C පිට D දක්වා විශ්වාස ඇඩු ප්‍රමුඛ්‍යා මින් ඇති කරන සර්කුන බලුවේ විශ්වාස ප්‍රමුඛ්‍යා $\frac{1}{2}mg$ බඟී ඇත. P ප්‍රමුඛ්‍යා A පිට C දක්වා විශ්වාස ඇඩු \overrightarrow{OA} සමඟ θ ($0 \leq \theta \leq \pi$) නොකුවන් \overrightarrow{OP} යාදා විට එහි උග්‍රීයය $v^2 = u^2 - 2ag(1 - \cos \theta)$ මින් දෙනු ලබන බව අභ්‍යන්තරීනා.

F පිටි කළුම්පිය නැරයාමට ගොඩාකක්ප ප්‍රමුඛ්‍යා P ප්‍රමුඛ්‍යා w ප්‍රමුඛ්‍යා $w^2 = u^2 - 9ag$ මින් දෙනු ලබන බව ප්‍රමුඛ්‍යා, එහි ගොඩාකාන්දී ප්‍රමුඛ්‍යා මින් P ප්‍රමුඛ්‍යා මින් ඇති කරන ප්‍රමුඛ්‍යාව ගොඩන්න.



b)



යෙක්ති සංස්කරණ මූලධර්මය යෙදීමෙන්,

$$\frac{1}{2}mv^2 - mga \cos \theta = \frac{1}{2}mu^2 - mga \quad (15) \quad \boxed{\text{PE (5)} + \text{KE (5)} + \text{සම්කරණය (5)}}$$

$$\therefore v^2 = u^2 - 2ga(1 - \cos \theta) \quad (5)$$

$$\theta = \pi \text{ විට, } v^2 = u^2 - 4ga \quad (1) \quad (5)$$

25

C සිට D දක්වා, $\leftarrow F = ma$:

$$-\frac{1}{2}mg = mf \quad (5)$$

$$\therefore f = -\frac{g}{2} \quad (5)$$

$$\leftarrow v^2 = u^2 + 2as : v_1^2 = (u^2 - 4ga) - 2 \cdot \frac{g}{2} a \\ = u^2 - 5ga. \quad (10)$$

$$(1) \text{ හාවිතයෙන්, } v_2^2 = v_1^2 - 4ga \quad (10) \\ = u^2 - 9ga. \quad (5)$$

F පෙළ: $F = ma \downarrow$

$$mg - S = m \frac{v_2^2}{a} \quad (5)$$

$$\therefore S = mg - \frac{m}{a}(u^2 - 9ga) \quad \cancel{(5)}$$

$$= \frac{m}{a}(10ag - u^2) \quad (5)$$

45

70

13. ස්ථානාලික දිග $4a$ මුළු පැහැදුෂී ප්‍රත්‍යාග්‍ය තන්තුවක එක් ගෙවුවේ අවල O ලක්ෂණයකට ද අමත් ගෙවුවට අක්‍රේය m මුළු P අංශවිකට ද අදාළ ඇත. අංශවික O මි $5a$ යුත් පහැල් සම්බුද්ධිතාතාවයේ එදානුවයි. නන්තුවේ ප්‍රත්‍යාග්‍ය මාර්ගය $4mg$ බව පෙන්වන්න.

දැන්, අක්‍රේය m මුළු මෙහෙත් Q අංශවික කිරීමේ ඉහළට ගෙන්න් කර P සමග ගැටී හාටි R අංශවික ආදාළක් යාදායි. P අංශවික සම්ග ගැටීමේ මොශොතකට පෙර Q අංශවික මෙහෙත් ප්‍රත්‍යාග්‍ය මාර්ගය සෞයන්න.

තන්තුවේ නොවුරුද්ව ඇතිව පසුව කිදුවන ව්‍යුතයේදී R අංශවික ආංශවික O පිටු යුතු වන උගේන් $\ddot{x} + \frac{g}{2a}(x - 6a) = 0$ සම්බුද්ධිතාතාවය මාපීන කරන බව පෙන්වන්න.

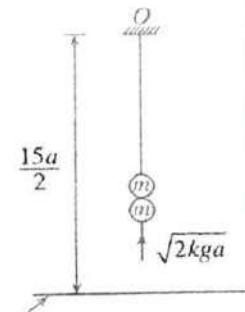
$X = x - 6a$ ලෙස ලියමින්, $\ddot{X} + \omega^2 X = 0$ බව පෙන්වන්න; මෙමි $\omega = \sqrt{\frac{g}{2a}}$ චෝ.

ඉහත සරල අනුවර්ති එම්බැංක් සේන්ස්‍යය ද, $\dot{X}^2 = \omega^2(c^2 - X^2)$ ප්‍රත්‍යාග්‍ය භාවිතයෙන් උගේන් පිළිනාරය ද සෞයන්න.

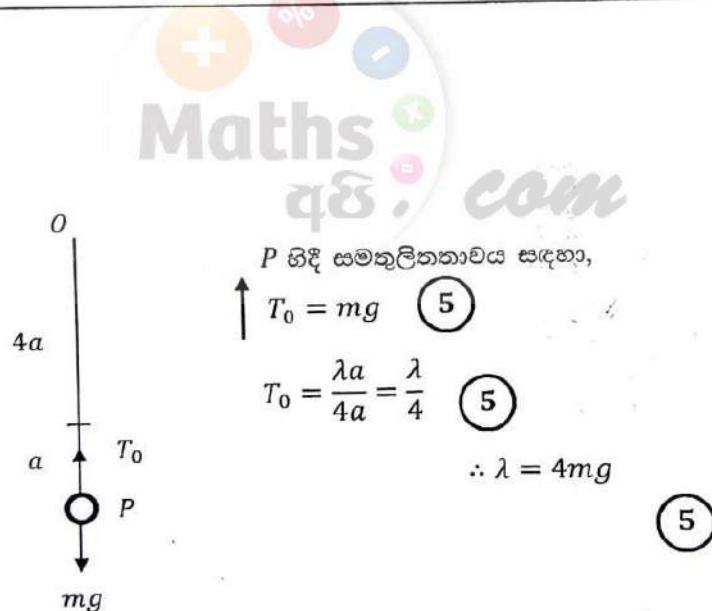
$k > 3$ නම් තන්තුව මුදුරු වන බව පෙන්වන්න.

දැන්, $k = 8$ යුතු ගනිමු. P හා Q අංශ හාඛ මොශොතේ පිටු O ලක්ෂණයට $\frac{15}{2}a$ යුත් පහැල් වූ අභ්‍යන්තර නිර්ණ ගෙවීමක ගැටීමේ R අංශවික ආංශවික ගෙන්නා කාලය සෞයන්න.

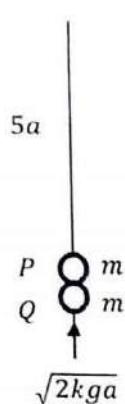
R අංශවික ආංශවික ගෙවීම සමග ගැවුණු පසු ලිඛාවනා උපරිම උය ද සෞයන්න.



අප්‍රත්‍යාග්‍ය ගෙවීම



15



P හා Q සඳහා $\underline{I} = \Delta (mv)$ යෙදීමෙන්

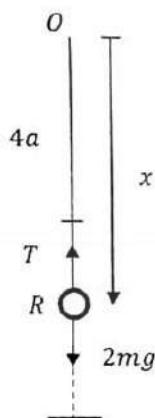
$$\uparrow 0 = 2mu - m\sqrt{2kga}$$

(5)

$$\therefore u = \sqrt{\frac{kga}{2}}$$

(5)

10



R සඳහා $\underline{F} = ma$ යෙදීමෙන්

$$T - 2mg = -2m\ddot{x}$$

(10)

$$T = 4mg \frac{(x - 4a)}{4a}$$

(5)

$$\therefore \frac{mg}{a}(x - 4a) - 2mg = -2m\ddot{x}$$

$$\ddot{x} + \frac{g}{2a}(x - 6a) = 0 \quad (1)$$

(5)

20

$$X = x - 6a$$

$$\therefore \ddot{X} = \ddot{x}$$

$$\therefore \ddot{X} = \ddot{x} \quad (5)$$

$$\text{ඖවිත } (1) \Rightarrow \ddot{X} + \omega^2 X = 0; \text{ මෙහි } \omega = \sqrt{\frac{g}{2a}}. \quad (5)$$

10

ಅಕ್ಷವೀಕ್ಷಣೆಯ $X = 0$ ಮತ್ತಿನ ದೇಶದಲ್ಲಿ.

$$\text{ಉತ್ತರ: } x = 6a. \quad (5)$$

$$\dot{X}^2 = \omega^2(c^2 - X^2) \quad (2)$$

$$x = 5a \text{ ಹಿಂದಿ, } X = -a \text{ ಹಾ } \dot{X} = -\frac{1}{2}\sqrt{2kga}. \quad (5)$$

$$\text{ಉತ್ತಿಂದ } (2) \Rightarrow \frac{kga}{2} = \frac{g}{2a}(c^2 - a^2).$$

$$\Rightarrow ka^2 = c^2 - a^2.$$

$$\Rightarrow c = \sqrt{k+1}a. \quad (5)$$

15

$k > 3$ ಯಾಡಿ ಗಳಿಗೆ. ಉತ್ತಿಂದ, $c > 2a$.

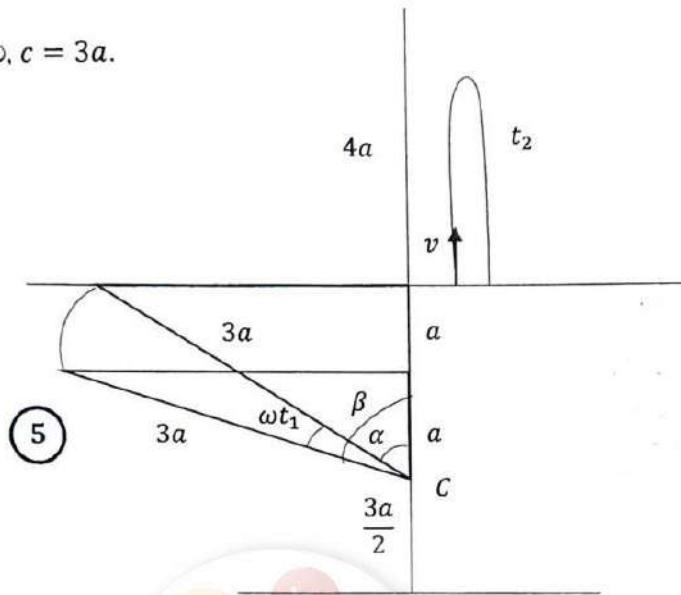
\therefore ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $> 2a$. 5

\therefore ತನ್ನಾವಿ ಬ್ರಿಂಗ್ಲೆ ವೆ. 5

10

$$k = 8$$

ಂತಹಿ, $c = 3a$.



$$\cos \beta = \frac{1}{3} \quad (5)$$

$$\cos \alpha = \frac{2}{3} \quad (5)$$

$$\omega t_1 = \beta - \alpha$$

$$\therefore t_1 = \frac{1}{\omega}(\beta - \alpha) \quad (5)$$

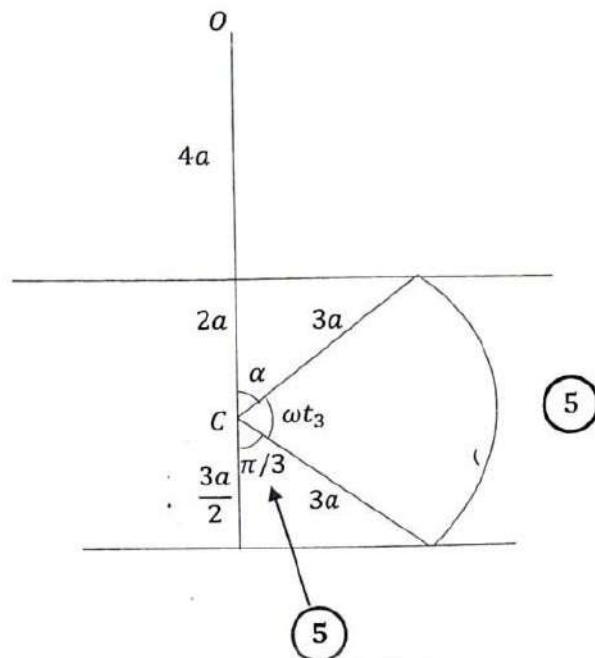
ಇಲ್ಲಿ, $v^2 = \frac{g}{2a}(9a^2 - 4a^2)$

$$\therefore v = \sqrt{\frac{5}{2}ga} \quad (5)$$

ಗ್ರಹಣವಯ ಯಾವಾದೇ: $s = ut + \frac{1}{2}at^2$

$$0 = vt_2 - \frac{1}{2}gt_2^2. \quad (5)$$

$$\therefore t_2 = \frac{2v}{g} = \frac{2}{g} \sqrt{\frac{5}{2}ga} = \sqrt{\frac{10a}{g}} \quad (5)$$



$$\omega t_3 = \frac{2\pi}{3} - \alpha \quad (5)$$

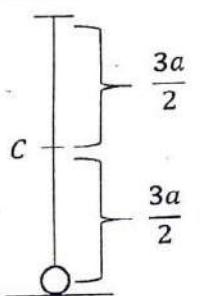
$$\therefore t_3 = \frac{1}{\omega} \left(\frac{2\pi}{3} - \alpha \right)$$

$$\therefore \text{ഓവറേഷൻ കാലഘട്ട} = t_1 + t_2 + t_3$$

$$= \frac{1}{\omega} (\beta - \alpha) + \sqrt{\frac{10a}{g}} + \frac{1}{\omega} \left(\frac{2\pi}{3} - \alpha \right)$$

$$= \sqrt{\frac{10a}{g}} + \sqrt{\frac{2a}{g}} \left\{ \frac{2\pi}{3} + \cos^{-1} \left(\frac{1}{3} \right) - 2 \cos^{-1} \left(\frac{2}{3} \right) \right\} \quad (10)$$

60



ഗൈറിമോട്ടി ടൈറിമോൺ പണ്ഡി, R ജർല അനുവിച്ച് വലിക്കൽ പഠണക്ക്
ഡേറ്റ്. 5

$$\therefore \text{സ്ഥാപിക്കണം } OC = \frac{3a}{2} + \frac{3a}{2} \\ = 3a$$

5

10

14.(a) \underline{a} හා \underline{b} අනුරූප මාධ්‍යම හා පමණක්ද නොවන ගෙදවීන යැයි ද $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ යැයි ද ගනිණු.

$$\lambda \underline{a} + \mu \underline{b} = \underline{0} \text{ නම්, } \lambda = 0 \text{ හා } \mu = 0 \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

ABC ක්‍රියාකෘතියේ යැයි ගනිණු. AB හි මධ්‍ය උක්ෂය D ද CD හි මධ්‍ය උක්ෂය E ද වේ. AE (දික්කල) හා

BC නේ F හි දී නමුදී. $\overrightarrow{AB} = \underline{a}$ හා $\overrightarrow{AC} = \underline{b}$ යැයි ගනිණු. ක්‍රියාකෘතිය ආකලන නියමය හාවිතයෙන්

$$\overrightarrow{AE} = \frac{\underline{a} + 2\underline{b}}{4} \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

$$\overrightarrow{AF} = \alpha \overrightarrow{AE} \text{ හා } \overrightarrow{CF} = \beta \overrightarrow{CB} \text{ එන්නේ ඇයි දැයි පහැදිලි කරන්න; මෙහි } \alpha, \beta \in \mathbb{R} \text{ වේ.}$$

$$ACF$$
 ක්‍රියාකෘතිය පැලුනීමෙන් $(\alpha - 4\beta)\underline{a} + 2(\alpha + 2\beta - 2)\underline{b} = \underline{0}$ බව පෙන්වන්න.

රහිත, α හා β හි අගයන් සොයන්න.

(b) ABC යුතු පැත්තක දී ඇතුළු 2 a දී සිලුරාද ක්‍රියාකෘතියේ යැයි ද D, E, F යුතු පිළිවෙළින් AB, BC හා AC හි මධ්‍ය උක්ෂය යැයි ද ගනිණු. ටියාලන්ට $2P, \sqrt{3}P, 2\sqrt{3}P$ හා aP දී බල පිළිවෙළින් $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AE}, \overrightarrow{DC}$ හා \overrightarrow{BC} දිගේ ක්‍රියාකෘතිය. මෙම බල පද්ධතියේ සම්පූර්ණය, \overrightarrow{AC} ව පමණක්ද ක්‍රියාකෘතිය බව දී ඇත. a හි අගය අසායන්න.

බල පද්ධතිය, A හරහා ක්‍රියාකෘති විශාලක්ෂය R දී තනි බලයකට හා විශාලක්ෂය G දී පුළුම්යක් පමණින් තුළා වේ. R හා G හි අයයන් සොයන්න.

මෙම බල පද්ධතියේ සම්පූර්ණ බලයේ විශාලක්ෂය හා දිගාවි දියා ද්‍රව්‍යා

සම්පූර්ණය ක්‍රියා රෙබාව AB ගමුවන උක්ෂයට A හි පිට ඇති දුර සොයන්න.

දැන්, විශාලක්ෂය H දී පුළුම්යක් පද්ධතියට එකතු කරනු ලැබේ. මෙම ආලත් පද්ධතියේ සම්පූර්ණය B උක්ෂය හරහා ක්‍රියාකෘති. H හි අය හා මෙම පුළුම්ය ක්‍රියාකෘති අත් සොයන්න.

**Maths
අර්ථ.com**

(a)

$$\underline{a}, \underline{b} \neq \underline{0} \text{ and } \underline{a} \neq \underline{b}$$

$$\lambda \underline{a} + \mu \underline{b} = \underline{0} \quad (1)$$

$$\text{If } \lambda \neq 0 \text{ නම්, } \text{තෙවී } \underline{a} = -\frac{\mu}{\lambda} \underline{b}. \quad (5)$$

මෙය දෙන ලද අවශ්‍යතාවට පර්‍යාග්‍ර වේ.

$$\therefore \lambda = 0. \quad (5)$$

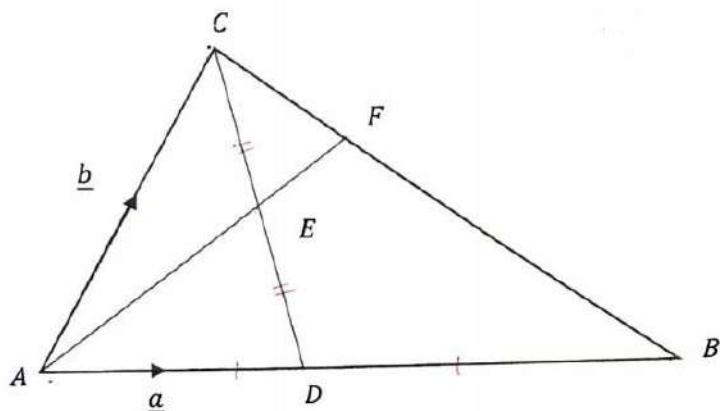
$$\text{දැන්, (1) මගින් } \mu \underline{b} = \underline{0} \text{ ලැබේ.}$$

$$\underline{b} \neq \underline{0} \text{ නිසා, } \mu = 0$$

$$(5)$$

$$\therefore \lambda = 0 \text{ හා } \mu = 0$$

15



$$\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DE} \quad (5)$$

$$= \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2} \overrightarrow{DC} \quad (5)$$

$$= \frac{1}{2} \underline{a} + \frac{1}{2} (\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AC}) \quad (5)$$

$$= \frac{1}{2} \underline{a} + \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{2} \underline{a} + \underline{b} \right)$$

$$= \frac{\underline{a} + 2\underline{b}}{4}. \quad (5)$$

20

AF || AE (නේ A, E, F ඒක රේඛිය වේ) (5)

CF || CB (නේ C, F, B ඒක රේඛිය වේ) (5)

10

$$\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CF} \quad (5)$$

$$\therefore \alpha \overrightarrow{AE} = \underline{b} + \beta \overrightarrow{CB}$$

$$\therefore \alpha \left(\frac{\underline{a} + 2\underline{b}}{4} \right) = \underline{b} + \beta (\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB}) \quad (5)$$

$$\therefore \alpha \underline{a} + 2\alpha \underline{b} = 4\underline{b} + 4\beta(-\underline{b} + \underline{a})$$

$$\therefore (\alpha - 4\beta)\underline{a} + (2\alpha + 4\beta - 4)\underline{b} = \underline{0} \quad \textcircled{5}$$

$\underline{a}, \underline{b} \neq 0$ ಹಾಗೂ $\underline{a} \nparallel \underline{b}$ ಮತ್ತಿನೆ,

$\alpha - 4\beta = 0$ ಅಂಥಿ $2\alpha + 4\beta - 4 = 0$ ಅಂತಹ.

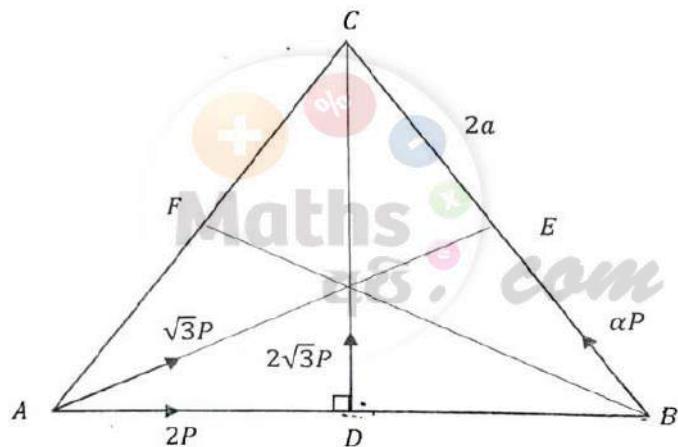
$$\therefore \alpha = \frac{4}{3} \text{ ಹಾಗೂ } \beta = \frac{1}{3}$$

(5)

(5)

25

(b)



$$\rightarrow X = 2P + \sqrt{3}P \cos \frac{\pi}{6} - \alpha P \cos \frac{\pi}{3} \quad \textcircled{5}$$

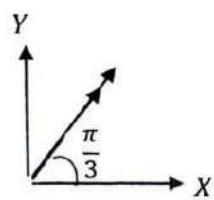
$$= 2P + \frac{3P}{2} - \frac{\alpha P}{2}$$

$$= \frac{1}{2}(7 - \alpha)P$$

$$\uparrow Y = \sqrt{3}P \sin \frac{\pi}{6} + 2\sqrt{3}P + \alpha P \sin \frac{\pi}{3} \quad \textcircled{5}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2}P + 2\sqrt{3}P + \frac{\sqrt{3}}{2}\alpha P$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2}(5 + \alpha)P$$



$$\tan \frac{\pi}{3} = \frac{Y}{X}$$

$$\therefore Y = \sqrt{3}X$$

(5)

$$\text{i.e. } \frac{\sqrt{3}}{2}(5 + \alpha)P = \sqrt{3} \cdot \frac{1}{2}(7 - \alpha)P$$

$$\therefore \alpha = 1 \quad (5)$$

20

ತಂತ್ರಿ

(10)

$$AC \quad \alpha P \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) + 2\sqrt{3}P \left(\frac{1}{2} \right) - \sqrt{3}P \left(\frac{1}{2} \right) - 2P \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) = 0. \quad (5)$$

$$\Rightarrow \alpha = 1 + 2 - 2.$$

$$\Rightarrow \alpha = 1. \quad (5)$$

20

$$AC \quad R = \sqrt{3}P \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) + 2P \left(\frac{1}{2} \right) + 2\sqrt{3}P \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) + P \left(\frac{1}{2} \right) \\ = \frac{3P}{2} + \frac{2P}{2} + \frac{6P}{2} + \frac{P}{2} \\ = 6P.$$

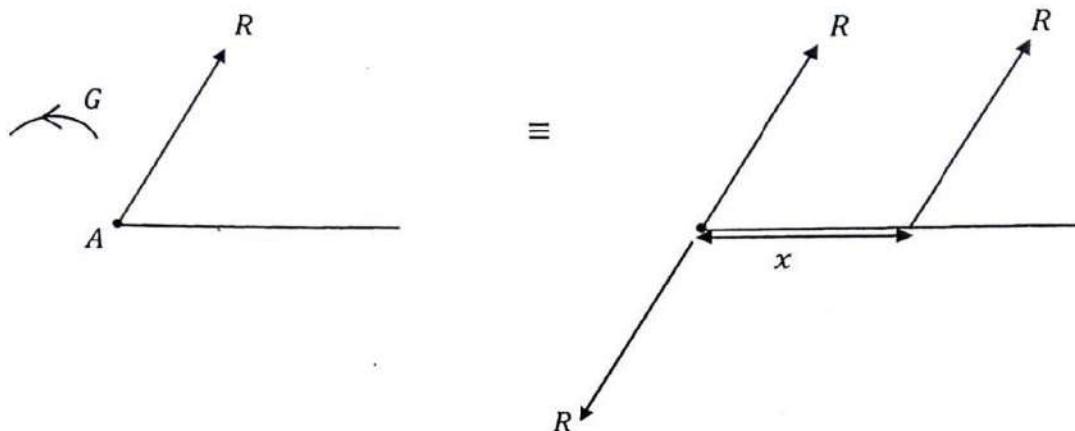
(5)

$$A; G = 2\sqrt{3}P \cdot a + P \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \cdot 2a \quad (5)$$

$$G = 2\sqrt{3}Pa \left(1 + \frac{1}{2} \right)$$

$$G = 3\sqrt{3}Pa \quad (5)$$

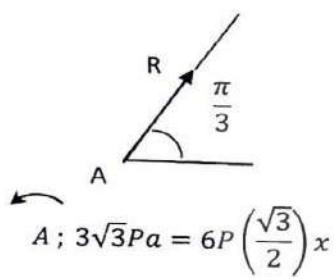
25



ಒಟ್ಟಾದ್ಯಂತದ ಲಿಂಗಲಕ್ಷ್ಯ = $R = 6P$

(5)

ದ್ವಾರಾ:



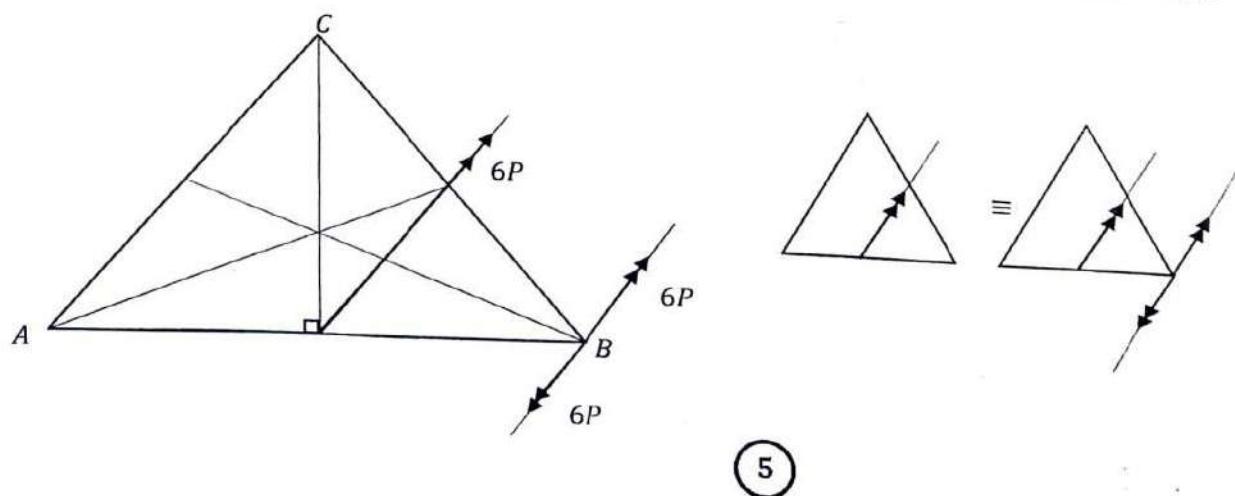
(5)



$\therefore x = a$

(5)

20



(5)

$$H = 6P \cdot a \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$= 3\sqrt{3}Pa \quad \textcircled{5}$$

സംഖ്യാപരിഹാർ

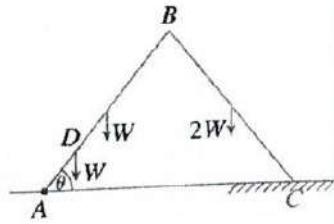
5

15

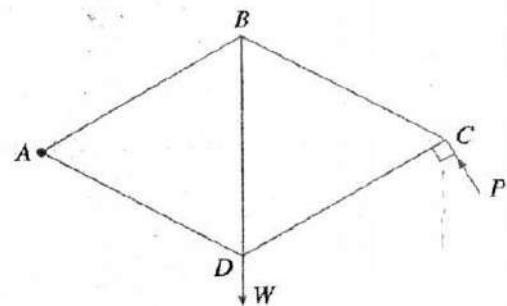


15.(a) එක රෙකකි දිග $2a$ වන AB හා BC උකුකාර දැනු දෙකක් B අන්තරයේදී පූමට ලෙස සන්ධි කර ඇත. AB හා BC දැඩුවල. බර පිළිවෙළින් W හා $2W$ වේ. A කොළඹ පිරිය පිරිය පැහැදිලි මත අවල ලක්ෂණයකට පූමට ලෙස අසවි කර ඇත. $AD = \frac{a}{2}$ වන පරිදි AB දැන්ත් මත සූ D ලක්ෂණයට පූමට ලෙස අංශුවක් සවි කර ඇත. රුපයේ දැක්වෙන පරිදි, පදනම් පිරිස් තෙලෙක සම්බුද්ධිතව අන්තර් $B\hat{A}C = \theta$ ද BC දැන්ත් නිශ්චිත දැහැම පිරිය ශේෂීමෙන් රෝ කොටසක ද තිබෙන පරිදි ය. BC දැන්ත් හා ගෙවීම අනර සර්වා සංඛ්‍යකය μ වේ. මේ $\theta \leq \frac{15}{7}\mu$ බව පෙන්වන්න.

CB මගින් AB මත B සන්ධියෙහි දැක් කරන ප්‍රතිශ්‍රීයාව ද සෞයන්න.



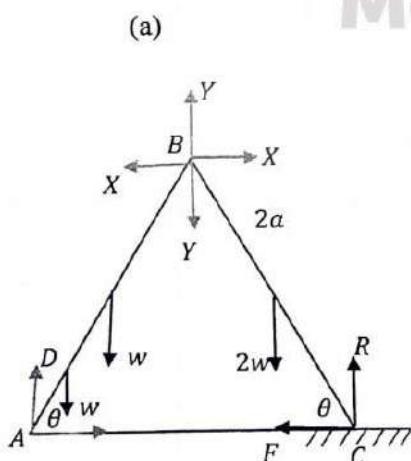
(b) රුපයේ දැක්වෙන රාමු පැනිල්ල, රේවායේ අන්තරවලදී පූමට ලෙස සන්ධි කළ සමාන දිනින් පූජ් AB, BC, CD, DA හා DB පැනිල්ල දැඩු පානකින් සම්බන්ධ වේ. W හාරයක් D සන්ධියෙහි එල්ලා ඇති අනර රාමු පැනිල්ල A ති දැවල ලක්ෂණයකට පූමට ලෙස සන්ධි කර පිරිය තෙලෙක BD පිරිස් සම්බුද්ධිතව තබා අන්තර් එයට C සන්ධියෙහි දැන්ත් පූජ් වලට එම්බව රුපයෙහි පෙන්වා ඇති දිගාවට යොදා පෙන්වන්න.



(i) P ති අහා සෞයන්න.

(ii) මේ අංකතය සාරිනායන්, C, B හා D සන්ධි යදා ප්‍රත්‍යාවල සටහනක් අදින්න.

ත චිත්, දැඩුවල ප්‍රත්‍යාවල අනති ද මෙන්න ප්‍රකාශ කරමින් ඒවා සෞයන්න.



පදනම් සඳහා;

$$R \cdot 4a \cos \theta - w \left(\frac{a}{2} \cos \theta + a \cos \theta \right) - 2w(2a \cos \theta + a \cos \theta) = 0$$

$$\therefore 4R = \frac{3}{2}w + 6w$$

$$R = \frac{15}{8}w. \quad (5)$$

සඟු (5) පෙන්වන්න
සඟු (5) පෙන්වන්න

(15)

BC සඳහා;

$$B \rightarrow 2wa \cos \theta + F2a \sin \theta - R \cdot 2a \cos \theta = 0 \quad (10)$$

සඟු (10) පෙන්වන්න

$$\therefore w + F \tan \theta = R$$

$$\therefore F \tan \theta = \frac{15}{8} w - w.$$

$$\therefore F = \frac{7}{8} w \cot \theta \quad (5)$$

നിരുപ്പിക്കുമ്പോൾ മാറ്റം,

$$\mu \geq \frac{F}{R} \quad (5)$$

$$\frac{7}{8} w \cot \theta \leq \mu \frac{15}{8} w$$

$$\cot \theta \leq \frac{15}{7} \mu. \quad (5)$$

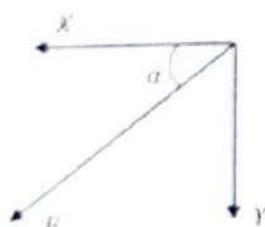
45

$$\therefore BC : X = F = \frac{7}{8} w \cot \theta \quad (5)$$

$$\therefore R + Y = 2w \quad (5)$$

$$Y = 2w - R$$

$$= 2w - \frac{15}{8} w \\ = \frac{w}{8} \quad (5)$$



$$R^2 = X^2 + Y^2$$

$$= \frac{49}{64} w^2 \cot^2 \theta + \frac{w^2}{64}$$

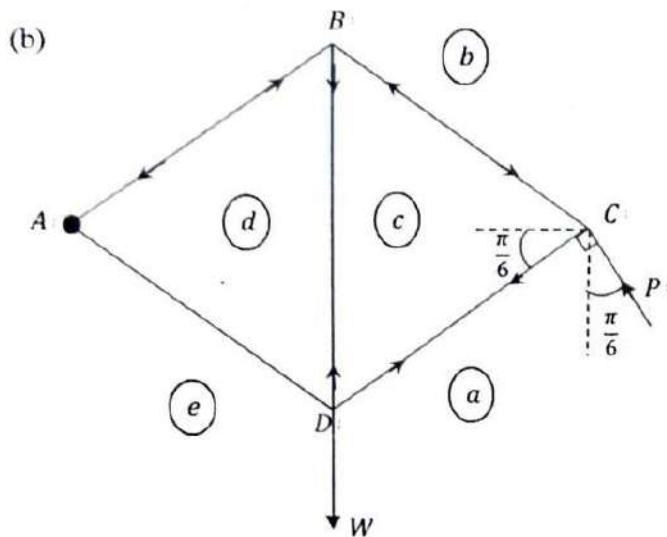
$$R = \frac{w}{8} \sqrt{1 + 49 \cot^2 \theta} \quad (5)$$

$$\tan \alpha = \frac{Y}{X} = \frac{w/8}{7w/8 \cot \theta} = \frac{\tan \theta}{7}$$

$$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{\tan \theta}{7} \right) \quad (5)$$

25

20

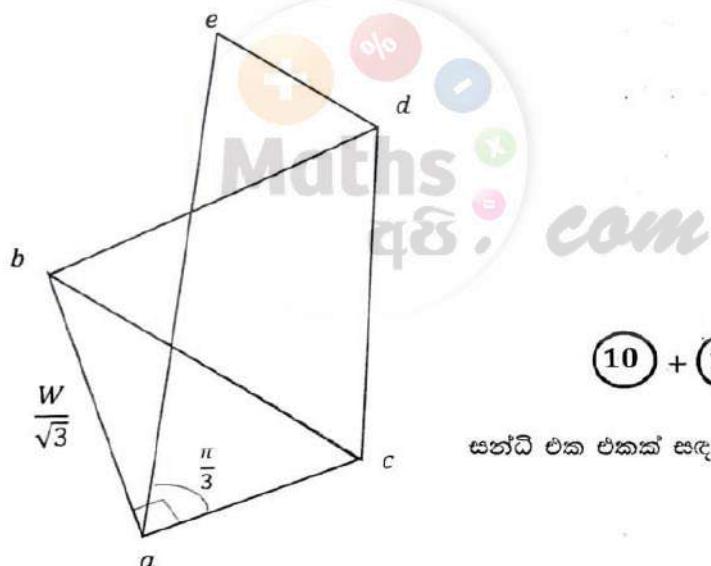


$$A \quad P \cos \frac{\pi}{6} \cdot 2x - Wx = 0 \quad (5)$$

(මෙහේ $AC = 2x$)

$$\therefore P = \frac{W}{\sqrt{3}} \quad (5)$$

10



(10) + (10) + (10)

සන්දී එක එකක් සඳහා (10)

30

දූෂ්චරි	ආකෘතිය	තෙරපුම
AB		$\frac{2W}{3}$
BC		$\frac{2W}{3}$
CD	$\frac{W}{3}$	
DA	$\frac{W}{3}$	
BD	$\frac{2W}{3}$	

විගාලන්වයට 5 එකින්

ආකෘති/තෙරපුම 15

5 ම නිවැරදි නම 15

4 ක් පමණක් නිවැරදි නම 10

3 ක් පමණක් නිවැරදි නම 5

40

50



16. (i) අරය ඇතුළු අරඹ විභ්‍ගාකාර වාපයක හැඩෙලන් යුත් ඇකාකාර කම්බියක සහන්ද නොන්දුය එහි නොන්දුය
සිට $\frac{2a}{\pi}$ දුරකින් ද.
(ii) උස h හි ඇකාකාර ඇඟර යාපු විභ්‍ගාකාර නොන්දුවක සහන්ද නොන්දුය එහි පත්‍රලේ නොන්දුය සිට $\frac{1}{3}h$
දුරකින් ද.

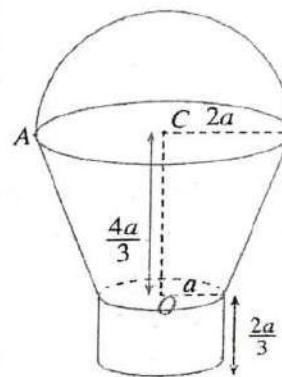
రೂಪದ್ವಯ ದ್ವಾರ್ತೆಲೆನಾ ಪರಿಸ್ಥಿ ಉದಿತ ಹಾ ಯರಿತ್ ವಿಷಯಕುಗಾರ ಗೈರೆಲ್ಲ ಅರಧನ್ ಪಡ್ಲಿವೆಲ್ಲಿನ್ 2a ಹಾ ಎ ಹಿ ೬ ಡೆ $\frac{4a}{3}$ ಹಿ ೬ ಇಂದರ ಯಾತ್ರ ವಿಷಯಕುಗಾರ ಕೆಂಪು ತೆಂಜಿಕೆಯಾಗ ಹುದಿಯಾಯನ್ ಪ್ರಮ್ ರೈಕುಗಾರ ಇನ್ ಈಂಬುಲ್ಲಕರಿ, ರಾಹಣ ದ್ವಾರ್ತೆಲೆನಾ ಅಂತಾವಿದ್ ರು ಶಿಕ್ಷಣ ಮೊತ್ತ ಕಾಲೋಲ ಉತ್ತರಿತಾ ಸೆಲ್ಲಾನಾಲ್ಲದ್ದೀ ಡೆಂದ್ ಅಲ್ಲದ ಬುಧಿ ನೀರಿಲೆನ್ ಬುಧಿಯದ್ದೆ ಬುಧಾ ಇತ್ತ.

- අරය a හා ගෙන්ඩ්‍රය O වූ ඒකාකාර තුනී වෘත්තාකාර තැටියක්,
 - අරය a හා උස $\frac{2a}{3}$ වූ ඇතර සාපුෂ්‍ර වෘත්තාකාර සිලින්බරයක හැඩයන් යුත් ඒකාකාර තුනී කෙටුවලක්,
 - අරය $2a$ හා ගෙන්ඩ්‍රය C වූ අර්ථ වෘත්තයක හැඩයන් යුත් ඒකාකාර තුනී තමිවිධියන්

ජනනකාලයේ නැව්‍යයේ හා සිලින්චරයේ එකක විරශලයක ස්කන්ධිය රු ද කම්ම්ලියේ එකක දිගක ජ්‍යෙෂ්ඨ ස්කන්ධිය 11ට ද එම්.

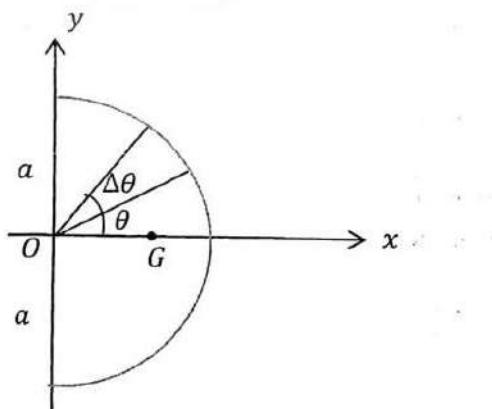
බාලදීමෙහි සකත් ද කේත්දුයට 0 සිට දුර $(10\pi + 27)\frac{a}{9\pi}$ බව පෙන්වන්න.

කම්බිය, ඒන්හැකුවද උච්ච ගැටිය හමුවන A ප්‍රක්ෂේපයන් බාලදීය පිරිස් තත්ත්විකින් නිදහස් එල්ලනු ලැබූ විට සම්ඝලින පිහිටිමේ චොම යටි අත් පිරිස සමඟ සාදන මෙයින්ගෙ ජයායන්තා.



(i)

අර්ථ වෙත්තාකාර කමිඩිය



සම්මතියෙන්, සේකන්ද කේන්ද්‍රය G , x අක්ෂය මත පිහිටයි.

5

$\Delta m = a\Delta\theta\rho$, මෙහි ρ යනු ඒකක නිගත ස්ක්වර්චය වේ

$OG = \bar{x}$ യേറി തന്നിൽ.

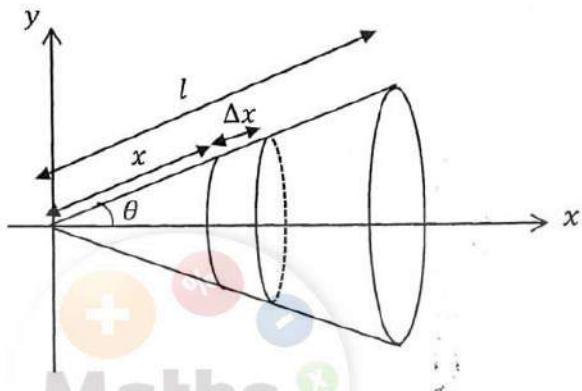
ಉತ್ತರ
ಪ್ರಯೋಗ

ಉತ್ತರ

$$\bar{x} = \frac{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} ap \cos \theta d\theta}{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} ap d\theta} = \frac{a \sin \theta \Big|_{-\pi/2}^{\pi/2}}{\theta \Big|_{-\pi/2}^{\pi/2}} = \frac{2a}{\pi}$$
(5)
(5)
(5)

30

(ii)



ಈ ಮತ್ತಿಗೆಯನ್ನು, ಸೆಕ್ಟನ್‌ದಿಯ ಕೆಂಬಡ G, x ಅಕ್ಷದ ಮತ ಪಡೆವಿಡಿ. (5)

$$h = l \cos \theta$$

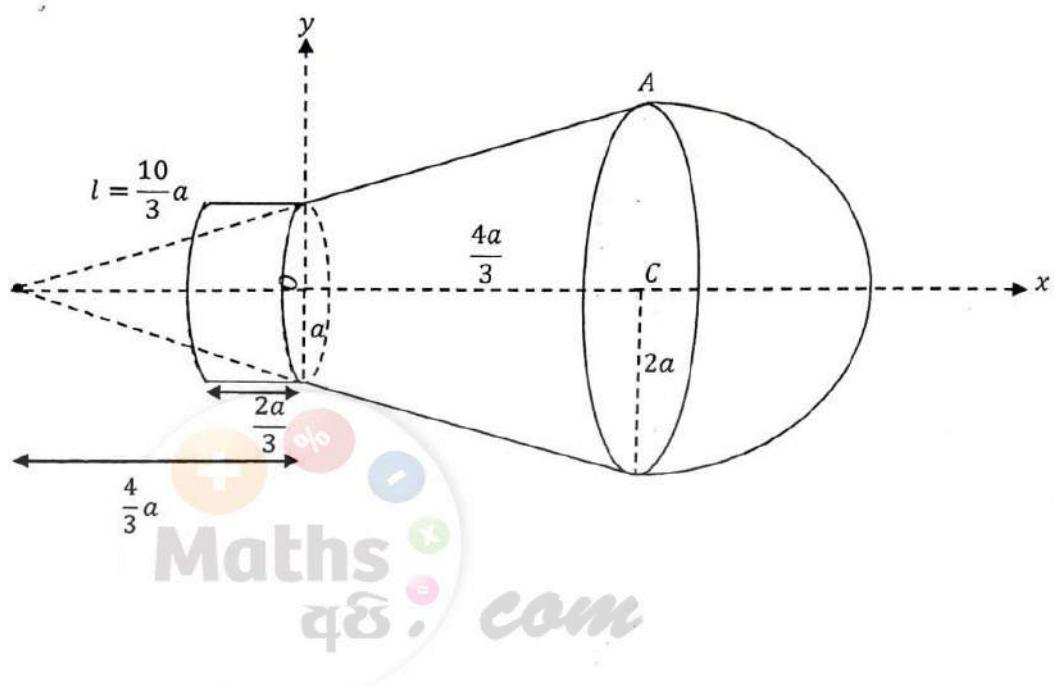
$\Delta m = 2\pi(x \sin \theta) \Delta x \sigma$, ಮೊಹಿ ರ ಯಾವು ಲೇಕಕ ದೀಗಳ ಸೆಕ್ಟನ್‌ದಿಯ ತೆ.

ಉತ್ತರ
ಪ್ರಯೋಗ

$$\therefore \bar{x} = \frac{\int_0^l x \cos \theta 2\pi \sigma x \sin \theta dx}{\int_0^l 2\pi \sigma x \sin \theta dx} = \frac{\cos \theta \int_0^l x^2 dx}{\int_0^l x dx} = \frac{h / 2 \frac{x^3}{3} \Big|_0^l}{\frac{x^2}{2} \Big|_0^l} = \frac{2h}{3}$$
(5)
(5)
(5)

$$\therefore \text{ಅವಿಂಥ ದೂರ} = \frac{h}{3}$$

30



ವಿದ್ಯುಲ	ದೊರುವಿದೆ	O ಒಂಗ್ರೇಡ್ (1)
	$\pi(2a)(11a\sigma) = 22\pi a^2 \sigma$ (5)	$\frac{4}{3}a + 2 \frac{(2a)}{\pi} = \frac{4}{3}a + \frac{4a}{\pi}$ (5)
	$\pi(2a)\left(\frac{10}{3}a\right)\sigma = \frac{20}{3}\pi a^2 \sigma$ (5)	$\left[\frac{2}{3}\left(\frac{8}{3}a\right) - \frac{4}{3}a\right] = \frac{4}{9}a$ (5)
	$\pi(a)\left(\frac{5}{3}a\right)\sigma = \frac{5}{3}\pi a^2 \sigma$ (5)	$-\frac{1}{3}\left(\frac{4}{3}a\right) = -\frac{4}{9}a$ (5)
	$2\pi a\left(\frac{2}{3}a\right)\sigma = \frac{4}{3}\pi a^2 \sigma$ (5)	$-\frac{1}{3}a$ (5)
	$\pi a^2 \sigma$	0 (5)
	$22\pi a^2 \sigma + \frac{20}{3}\pi a^2 \sigma + \frac{5}{3}\pi a^2 \sigma + \pi a^2 \sigma + \frac{4}{3}\pi a^2 \sigma = \frac{88}{3}\pi a^2 \sigma$ (5)	\bar{x}

உலகின் சென்றி மேற்கூரை x எவ்வளவு மீ பகுப்பு?

$$\frac{88}{3}\pi a^2\sigma \bar{x} = 22\pi a^2\sigma \left(\frac{4}{3}a + \frac{4a}{\pi}\right) + \frac{20}{3}\pi a^2\sigma \left(\frac{4}{9}a\right) - \frac{5}{3}\pi a^2\sigma \left(-\frac{4}{9}a\right) + \frac{4}{3}\pi a^2\sigma \left(-\frac{1}{3}a\right)$$

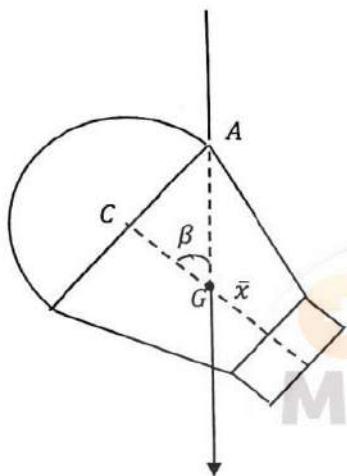
$$\frac{88}{3}\bar{x} = 4a \left(\underbrace{\frac{22}{3} + \frac{22}{\pi} + \frac{20}{27} + \frac{5}{27} - \frac{1}{9}}_{\frac{22}{27}} \right) \quad (15)$$

$$\frac{88}{3}\bar{x} = 22 \times 4a \left(\frac{10}{27} + \frac{22}{\pi} \right)$$

$$\frac{88}{3} \bar{x} = 88a \left(\frac{(10\pi + 27)}{27\pi} \right)$$

$$\bar{x} = \frac{a}{9\pi} (10\pi + 27) \quad (5)$$

75



(5)

$$\tan \beta = \frac{AC}{CG} = \frac{2a}{\frac{4}{3}a - \bar{x}} \quad (5)$$

$$= \frac{18\pi}{27 - 2\pi} \quad (5)$$

$$\therefore \beta = \tan^{-1} \left(\frac{18\pi}{27 - 2\pi} \right)$$

15

- 17.(a) A හා B අරමුණ පෙට්ටි රාක්‍රිඩා යොමු කළ අපුරුණක්ම සරවියම බෝල 10 බැඳින් අධික ඇවේ. A පෙට්ටියේ සුදු පාට බෝල 6 ක් ද රණ පාට බෝල 4 ක් ද, B පෙට්ටියේ සුදු පාට බෝල 8 ක් ද රණ පාට බෝල 2 ක් ද අධික ඇවේ. පෙට්ටියාන් පෘත්‍රීයා ලෙස මෙරුරාගනා, එම පෙට්ටියාන් එකකට පසු අභ්‍යන්තර ලෙස, ප්‍රතිඵ්‍රිත පනා රහිතව සසුම්හාවී ලෙස බෝල 3 ක් ඉවතට ගනු ලබයි.

(i) රුඩු පාට ලබාදු දෙකක් හා පුදු පාට ලබාදයක් ඉවතට ගැනීමේ

(ii) රුඩු පාට වේශ්ල දෙකක් හා පුදු පාට වේශ්ලයක් ඉවිතට ගන් බව දී ඇති ටීව් A පෙට්ටිය නොරාජන තිබේමේ යම්හාවිතාව් සෙයුයෙන්.

යමාගලක ගෝවකයින් 100 ගදනකුලේ රක්ෂණ සැලැස්මෙන් සඳහා මැයින වාරික පහත සංඛ්‍යාත විගුවටත් දෙන ලැබේ.

മാറ്റിക്ക പാർക്ക് (രൈറ്റലു)	അട്ടവികാരിത് തരുത
x	
1500 – 3500	30
3500 – 5500	40
5500 – 7500	20
7500 – 9500	10

$y = \frac{x - 500}{1000}$ පරිජ්‍යාමනය කාලීනයෙන්, y හි මධ්‍යහානය හා සම්මත අපෘත්‍යනය ද, $\frac{3(\text{මධ්‍යහානය} - \text{මධ්‍යස්ථාන})}{\text{සම්මත අපෘත්‍යනය}}$

මගින් ගැටු දක්වෙන ය හි තුරිකතා පංදුණුවය ද නීමානය කරන්න.

දේශීලියා මධ්‍ය වෙළඳුවෙන් පෙන්වනු ලබයි. සූම්ංචන අපගමනය හා කුට්ටකතා සංග්‍රහකය නිමානය කරන්න.

(a)

$W - 6$ $R - 4$	$W - 8$ $R - 2$
<i>A</i>	<i>B</i>

X යනු රතු බෝල දෙකක් හා එක් සූදු බෝලයක් ඉවතට ගැනීමේ සිද්ධිය යැයි ගනිමු.

$$(i) \quad P(X) = P(X|A)P(A) + P(X|B)P(B) \quad \dots \quad (1)$$

$$P(A) = P(B) = \frac{1}{2}. \quad \textcircled{5}$$

(5)

(5)

(5)

$$P(X|A) = \frac{4}{10} \times \frac{3}{9} \times \frac{6}{8} + \frac{4}{10} \times \frac{6}{9} \times \frac{3}{8} + \frac{6}{10} \times \frac{4}{9} \times \frac{3}{8}$$

(5)

$$P(X|B) = \frac{2}{10} \times \frac{1}{9} \times \frac{8}{8} + \frac{2}{10} \times \frac{8}{9} \times \frac{1}{8} + \frac{8}{10} \times \frac{2}{9} \times \frac{1}{8}$$

(5)

(1) මතින්,

$$P(X) = \frac{3}{10} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{15} \times \frac{1}{2} = \frac{11}{60} \quad \text{ඇතේ.} \quad (5)$$

55

(ii)

$$P(A|X) = \frac{P(X|A)P(A)}{P(X)} \quad (5) \quad [\text{නොශේ මධ්‍ය ප්‍රමාණය}]$$

$$= \frac{\frac{3}{10} \times \frac{1}{2}}{\frac{11}{60}}$$

$$= \frac{9}{11} \quad (5)$$

10

(b)

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} \quad (5)$$

$$y_i = \frac{x_i - \alpha}{\beta}$$

$$= \frac{1}{n\beta} \sum_{i=1}^n (x_i - \alpha)$$

$$= \frac{1}{n\beta} \left\{ \sum_{i=1}^n x_i - n\alpha \right\}$$

$$= \frac{1}{\beta} \left\{ \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} - \alpha \right\}$$

$$= \frac{\bar{x} - \alpha}{\beta}. \quad (5)$$

$$\sigma_y^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n} \quad (5)$$

$$= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i - \alpha}{\beta} - \frac{\bar{x} - \alpha}{\beta} \right)^2$$

$$= \frac{1}{n\beta^2} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

$$= \frac{\sigma_x^2}{\beta^2}$$

$$\therefore \sigma_y = \frac{\sigma_x}{\beta} \quad (5) \quad (\because \beta > 0)$$

20

(5)

(5)

(5)

පන්ති ප්‍රාග්ධන x	f	පන්ති ප්‍රාග්ධන y	මධ්‍ය ලක්ෂණය y	fy	fy^2
1500-3500	30	1-3	2	60	120
3500-5500	40	3-5	4	160	640
5500-7500	20	5-7	6	120	720
7500-9500	10	7-9	8	80	640
$\sum fy = 420$				$\sum fy^2 = 2120$	

(5)

(5)

$$\bar{y} = \frac{\sum fy}{\sum f} = \frac{420}{100} = 4.2 \quad (5)$$

(5)

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{\sum fy^2}{\sum f} - \bar{y}^2} = \sqrt{\frac{2120}{100} - 4.2^2}$$

$$= \sqrt{21.2 - 17.64}$$

$$= \sqrt{3.56} \approx 1.887$$

(5)

$$M_y = y \text{ සි } \text{මධ්‍යස්ථානය} = 50 \text{ වැනි දත්තය}$$

එවිට

$$M_y = 3 + \frac{(50 - 30)}{40} (5 - 3) = 4 \quad (5)$$

$$\therefore \text{කුටිකනා සංගුණකය } y \approx \frac{3(4.2 - 4)}{\sqrt{3.56}} \approx 0.317$$

(5)

50

$$\begin{aligned}
 \bar{x} &= 1000\bar{y} + 500 \\
 &= 1000 \times 4.2 + 500 \\
 &= 4700 \quad \textcircled{5}
 \end{aligned}$$

Scanned with CamScanner

$$\begin{aligned}
 \sigma_x &= 1000 \sigma_y \\
 &\approx 1000 \times 1.887 \\
 &= 1887 \quad \textcircled{5}
 \end{aligned}$$

இரு காலை சங்கீதத்தை வெனத் தொடரி..

$$S_x = S_y \approx 0.317 \quad \textcircled{5}$$

15

